

LINEAMIENTOS PEDAGÓGICOS DE MEJORAMIENTO EN EL ÁREA DE
MATEMÁTICAS DESDE LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS PISA 2009-2012.

Tesis presentada a la Facultad de Educación y Humanidades de la

Universidad Militar Nueva Granada

como requisito parcial para la obtención del título de

Magíster en Educación

Por

Fredy Giovanni Navarrete Hernández

Dirigido por:

Wilmar Javier Díaz Santamaría

Cajicá, Julio, 2016

Dedicatoria

A Dios y a mi madre por su apoyo constante, comprensión y paciencia durante este proceso de formación. A la vida y a la educación siendo esta la base para el verdadero cambio social y el camino hacia la paz.

Agradecimientos

A Wilmar Díaz Santamaría por todas sus enseñanzas, charlas y motivación lo que permitió una construcción personal.

A la docente Eileen Navarrete Serrato por las enseñanzas, aportes y reflexiones dadas a partir de las discusiones en torno a la educación.

A todas las personas que tuvieron que ver en este proceso por su apoyo moral y académico.

Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría; en aquellos casos en los cuáles he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos.

Tabla de Contenido

<i>Dedicatoria</i>	1
Tabla de Contenido.....	3
Tabla de figuras	6
INTRODUCCIÓN.....	7
CAPÍTULO I.....	9
Planteamiento del problema	9
1.1 Formulación de la investigación.....	9
1.2 Antecedentes.....	9
1.2.1 Antecedentes empíricos.....	9
1.2.2 Antecedentes teóricos.....	9
1.3 Objetivos.....	15
1.3.1 Objetivos General.....	15
1.3.2 Objetivos Específicos.....	15
1.4 Justificación.....	15
CAPITULO II.....	18
Referentes teóricos.....	18
2.1 De los objetivos a las competencias, una mirada histórica.....	18
2.2 Pruebas internacionales.....	21

	4
2.3 OCDE	22
2.4 PISA.....	23
2.4.1 PISA marco de matemáticas.....	26
2.5 Organización del área de matemáticas en Colombia.....	28
2.5.1 Ley 115 del 94 (ley general de educación).....	29
2.5.2 Lineamientos y Estándares	30
2.5.3 Evaluación de matemáticas por competencias	39
2.6 Didáctica de las Matemáticas	41
2.6.1 Educación matemática.....	41
2.6.2 Educación matemática crítica.....	42
2.6.3 Constructivismo radical.....	45
Capítulo III	49
Metodología.....	49
3.1 Fases de la investigación	49
3.1.1 Fase uno.....	49
3.1.2 Fase dos	50
3.1.3 Fase tres	50
3.1.4 Fase cuatro.....	50
3.2 Método.....	50
3.3 Instrumentos	52

	5
3.3.1 Mapeo.....	52
3.3.2 Matriz categorial.....	53
3.4 Universo poblacional.....	55
3.5 Criterios de inclusión.....	55
CAPITULO IV	56
Análisis y Resultados.....	56
4.1 Mapeo	56
4.2 Matriz categorial.....	67
4.3 Propuesta	84
CONCLUSIONES Y DISCUSIONES FINALES	93
REFERENTES	99

Tabla de figuras

Tabla 1. Puntajes promedio y desviaciones estándar en Matemáticas.

Tabla 2. Puntajes promedio y porcentajes de estudiantes en nivel 5 y 6, en el nivel 2 (nivel básico) y por debajo del nivel 2 en ciudades con sobre muestra, PISA 2012.

Tabla 3: Mapeo

Tabla 4: Matriz categorial

Tabla de imágenes

Figura 1. Ambientes de aprendizaje

Figura 2: Elementos característicos de la buenas prácticas según PISA 2012.

Figura 3: Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Skovsmose (1998)

Figura 4: Pisa 2012

Figura 5: Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) (Ball, Hill y Schilling, 2008)

Figura 07: Líneas y enfoques teóricos de la Didáctica de la matemática

INTRODUCCIÓN

El trabajo tiene por objetivo generar algunas propuestas de mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Colombia a través de un análisis documental tomando como base los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, su relación e influencia con las pruebas internacionales estandarizadas para alumnos PISA.

En el primer capítulo se presenta la construcción del problema a partir de una mirada de sucesos nacionales e internacionales en el área de matemáticas que muestran a Colombia en un nivel bajo de competencia según PISA quién maneja 6 niveles ubicando al país en un nivel 2.

En el segundo capítulo se desarrolla el marco teórico de la siguiente forma: inicialmente se presenta una mirada a la transición de la educación por objetivos hasta llegar a las competencias básicas en matemáticas; un estudio a nivel general de la OCDE, posteriormente aspectos relacionados con las pruebas PISA, un análisis de los lineamientos, estándares curriculares, evaluación por competencias y finalmente algunos enfoques teóricos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En el tercer capítulo se muestra la metodología utilizada para el desarrollo del trabajo a través de cuatro fases así: la primera corresponde al planteamiento del problema y la construcción del marco teórico, en la segunda se muestran los instrumentos utilizados para la investigación, en la tercera se aplica un mapeo en donde se rastrean los diferentes documentos relacionados con el tema de la tesis y a partir de este se realiza una matriz

categorial, la última fase en la que se presenta una discusión y algunas reflexiones para dar lugar a las propuestas.

En el cuarto capítulo se realiza el mapeo resultado de un estudio de documentos relacionados con las pruebas PISA y la educación en Colombia, posteriormente se realiza la matriz categorial partiendo de cinco categorías: competencia, evaluación, estándar, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Finalmente se presenta una discusión y algunas reflexiones que dan lugar a una propuesta de mejoramiento para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de algunos documentos nacionales y su relación con las pruebas PISA.

CAPÍTULO I

En el primer capítulo se presenta la construcción del problema a partir de una mirada de sucesos nacionales e internacionales en el área de matemáticas que muestran a Colombia en un nivel bajo de competencia.

Planteamiento del problema

LINEAMIENTOS PEDAGÓGICOS DE MEJORAMIENTO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS DESDE LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS PISA 2009-2012

1.1 Formulación de la investigación

¿Cómo generar una propuesta de mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Colombia tomando como base los lineamientos establecidos por el MEN, su relación e influencia con las pruebas PISA?

1.2 Antecedentes

1.2.1 Antecedentes empíricos

Esta investigación nace a partir de la reflexión continua con los compañeros del área de matemáticas en la Institución Educativa Departamental Pablo Herrera en busca de generar estrategias para que los estudiantes de nuestra institución logren adquirir las competencias en matemáticas que la sociedad de hoy nos plantea.

1.2.2 Antecedentes teóricos

Las nuevas dinámicas de la globalización abarcan todos los sectores y no dejan de lado a la educación. Según (Zubiría, 2014) en los últimos años se ha incrementado la comparación de los sistemas de educación de diferentes países producto de la aplicación de pruebas internacionales tales como PISA, TIMSS y SERCE entre otros. Hace varios años se percibe una preocupación desde distintos sectores del país como lo son la educación superior, el sector productivo y de servicios en lo concerniente a las competencias de los estudiantes en el área de matemáticas y cómo esto con el paso del tiempo muestra que la tendencia no presenta un crecimiento significativo.

Por otra parte, (Uribe, 2005) menciona que México comenzó a estudiar de manera más detallada la implicación de estas pruebas en el campo educativo y a reflexionar más allá del resultado cuantitativo, actualmente muestran altos niveles en sus resultados y mejoría en sus sistemas educativos y ejemplos muy reconocidos. De la misma manera ocurre según (Pochulu M y Rodríguez M, 2012) en países como Finlandia. Zabala (s.f) menciona que en España se realizó una investigación titulada: “la evaluación de PISA y el currículo de matemáticas” en el 2008 donde encontró unos resultados demoledores. En Colombia en la universidad de los Andes se dio inicio a un curso de educación continuada en mayo del 2015 “Las matemáticas en el marco del estudio PISA”. Se han adoptado apps (aplicaciones informáticas) de México como lo son “pruébate con PISA” planteada por la fundación Carlos Slim entre otras.

En la construcción de los currículos de matemáticas de las diferentes instituciones, tal como lo señala Sacristán G. (s.f) se deben tener en cuenta diversos factores como lo son las políticas nacionales e internacionales, en este caso las establecidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) donde se establecen claramente los estándares y lineamientos

curriculares lo cual indica que han sido analizadas las necesidades y competencias con las que los estudiantes deben enfrentar la realidad después de graduarse. Se debe analizar en qué medida dichos lineamientos si responden a los retos planteados desde la pruebas PISA dando como resultado los aciertos y divergencias que se presentan entre los diferentes planteamientos. Además es de gran importancia que estos análisis sean compartidos y vivenciados por los docentes del país.

Las nuevas dinámicas educativas muestran una creciente preocupación por los sistemas de evaluación que se deben aplicar. Desde este panorama encontramos estrategias tales como coevaluación, heteroevaluación, autoevaluación y evaluación significativa que en su ejercicio diario responden a lo establecido por el currículo de cada institución, además de este tipo de evaluaciones se agregan las tipo estatal e internacional donde se notan grandes diferencias en los resultados de las unas y las otras. Ahora bien tomando como punto de referencia los altos resultado por países de Asia como Shangai y el caso particular de Vietnam según BBC de Londres (Schleicher, 2015); “Cómo hizo Vietnam para mejorar espectacularmente la calidad de su educación” los cuales participaron por primera vez en estas pruebas PISA alcanzando excelentes resultados debido a la apuesta en educación por parte del gobierno realizando una inversión significativa de más del 20% del presupuesto nacional en docentes, innovación, tecnología y vinculación de aquellos que no están dentro del sistema educativo. Según Oppenheimer (2010), *“La manera de despegar es sintiendo que estás quedándote atrás. El peligro es que, si la gente está satisfecha, no existe la exigencia social de mejorar los estándares educativos.* De ahí la importancia de abordar el tema en aras de hacer de nuestra comunidad una sociedad del conocimiento, capaz de afrontar los retos de las sociedad moderna. En una entrevista realizada a Rodolfo Llinás en

mayo de 2014 por la revista semana en su sección de educación, manifiesta, *“cuando hicimos la reunión de los sabios yo dije: Colombia es una cenicienta que quisiera ir al baile de los países desarrollados”*. A raíz de este contexto se hace necesaria tomar riendas en el asunto no solo desde las entidades gubernamentales sino además los docentes debemos tomar una postura crítica frente al hecho.

En la investigación de Pérez A, Roa C (2014) *“Aproximación a los fundamentos de la prueba PISA-Lectura y algunas consideraciones en relación con la política curricular de Colombia”* cuyo objetivo es analizar los documentos de fundamentación de PISA desde el año 2000 y los vínculos entre pruebas internacionales, calidad educativa y políticas públicas para presentar una aproximación a los fundamentos disciplinares de la prueba PISA, para relacionarlos con aspectos de la política curricular en Colombia. Los autores mencionan en su análisis que PISA y el currículo colombiano comparten el enfoque de competencias aunque el marco teórico está relacionado en mayor medida a aspectos cognitivos del lenguaje que a su dimensión sociocultural. Comparten también una orientación hacia la diversidad de textos como eje de la evaluación y formación y se encuentran grandes diferencias en relación con la evaluación de lectura en entornos digitales, orientaciones curriculares que Colombia no aborda directamente.

Torres V. (2015) en su investigación *“ La influencia del contexto socioeconómico de las familias en los resultados de la prueba PISA 2009: un estudio comparativo entre países de América Latina”* analiza los resultados de la prueba PISA realizado en el año 2009 por los alumnos de Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Panamá, Perú y Uruguay y se enmarca en

el rol que tiene la educación escolar en la formación de capital humano. El estudio tiene como objetivo analizar el rendimiento en la prueba y procura profundizar en la articulación que existe entre el contexto del hogar y el resultado obtenido considerando el modo en que inciden los recursos de los que disponen las familias y analizando especialmente a los estudiantes que pertenecen a sectores más desfavorecidos.

Gil G. (2014) en su escrito “PISA para centros educativos. Un proyecto internacional para el éxito escolar” describe la prueba PISA para centros educativos exponiendo su origen, sentido y características, además del proceso que se está llevando a cabo en España para su implementación. A partir de las pruebas internacionales de evaluación PISA se ha evidenciado que los resultados de los exámenes dependen de tres factores: las características de los países y de sus sistema educativo, las características de los centros educativos y las características de los estudiantes y de su contexto familiar y social. El objetivo de las pruebas PISA es utilizar dichos resultados para mejorar los resultados académicos, realizar una comparación regional, nacional e internacional a partir de los resultados de los estudiantes en matemáticas, ciencias y comprensión lectora, por esto dichos resultados pueden ser una herramienta fundamental para mejorar procesos de calidad educativa.

Según Diaz A. (2006) en su investigación “Las pruebas masivas: análisis de sus diferencias técnicas” menciona que en los últimos diez años se ha dado un significativo impulso en México a la aplicación de pruebas masivas. Los autores mencionan que desde mediados de los setenta han operado estos instrumentos y a la fecha han sido divulgados a nivel

internacional. Se menciona en el estudio que a la fecha no hay un análisis técnico del significado de los elementos que subyacen en su construcción. La investigación realiza un análisis desde tres perspectivas dos pruebas: EXANI I (Prueba que se aplica al ingresar a bachillerato) y PISA (prueba estandarizada internacional para estudiantes de 15 y 16 años). El autor examina las teorías: del test, que subyace en cada instrumento; de aprendizaje, con la que se construyen los reactivos; y del contenido, que se encuentra detrás de los reactivos de matemáticas y lenguaje. Concluye que las pruebas mexicanas responden conceptualmente a una generación anterior a las que está empleando la OCDE.

Schleicher A. (2016) en su investigación “Desafíos para PISA” menciona que el programa para la evaluación internacional de alumnos proporciona un marco en el que más de 80 países colaboran para construir métricas globales avanzadas para explorar los conocimientos y habilidades de los estudiantes. El diseño de las evaluaciones plantea importantes desafíos conceptuales y técnicos, como el éxito del aprendizaje. Más allá de una base conceptual sólida, PISA necesita cumplir una serie de exigencias a veces contradictorios. Según el autor, los administradores de escuelas, autoridades normativas y los docentes deben ser capaces de utilizar esta información de la evaluación para determinar cómo crear mejores oportunidades para el aprendizaje de los estudiantes. Las evaluaciones también deben proporcionar retroalimentación productiva, con niveles apropiados de detalle, para potenciar las decisiones de mejora y rendición de cuentas, en todos los niveles educativos. De hecho, además de evaluar la lectura, las matemáticas y la ciencia como competencias clave, PISA va incorporando progresivamente también algunas de las competencias cognitivas más amplias, sociales y emocionales.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos General

Analizar los lineamientos para el mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Colombia tomando como base las políticas educativas establecidas por el MEN, su relación e influencia con las pruebas PISA.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Analizar la influencia que han tenido los resultados de las pruebas PISA, en los estándares y documentos guía para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Determinar las ideas claves ante la re significación y a partir de los aportes de PISA en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Colombia.
- Diseñar una propuesta para la construcción de lineamientos matemáticos que conlleven al mejoramiento de las prácticas de enseñanza-aprendizaje desde los resultados de las pruebas PISA 2009-2012.

1.4 Justificación

A raíz de los bajos resultados en el área de matemáticas en las pruebas PISA de 2006, 2009, 2012 para Colombia, es necesario buscar estrategias que permitan un mayor conocimiento de este tipo de pruebas por parte de toda la comunidad educativa, por consiguiente, es

necesario empezar a indagar sobre las causas y el cómo enfrentar de mejor manera en las aulas este tipo de retos que la sociedad globalizada y moderna nos presenta.

En las aulas de clase de los diferentes colegios públicos y privados se habla frecuentemente de los fines de la educación y entre ellos aparece uno que toma un valor preponderante como lo es el resultado de las pruebas del estado el cual genera diversas dinámicas a nivel institucional como lo puede ser una gran satisfacción por altos resultados, un cuestionamiento enorme por no alcanzar las metas propuestas o bien sea como estrategia de mejoramiento para años venideros. Pero, las alarmas se encienden cuando los noticieros presentan los resultados de las pruebas PISA donde el país ocupa uno de los últimos puestos de la clasificación. Es evidente que los resultados de las pruebas nacionales han mejorado debido a que existe una gran preocupación por este hecho, pero de las pruebas internacionales existe mucha desinformación a nivel de los actores del campo educativo.

Esta investigación se realiza para que la comunidad educativa (estudiantes, familias, docentes y gobierno) conozcan más de cerca este proceso, reflexionen que Colombia ya se encuentra inmersa en estas dinámicas y que de una forma u otra debemos mostrar mejorías tal como le ha sucedido a otros países. Cambiar el pensamiento y la percepción que se tiene de las pruebas y la resistencia que se ha generado con ellas. Aprovechar las pruebas no solo como un indicador de educación sino como una herramienta para el mejoramiento en el área en este caso matemáticas. Propender por la innovación en educación y estar a la vanguardia de las dinámicas internacionales.

Por lo tanto esta investigación tiene por objeto analizar cómo están construidas, que evalúan, cual es el enfoque de las pruebas PISA para a partir de un mayor conocimiento generar estrategias que ayuden a los docentes del área de matemáticas a mejorar y poder transformar las prácticas de aula a nivel institucional.

CAPITULO II

Referentes teóricos

En el segundo capítulo se desarrolla el marco teórico de la siguiente forma: inicialmente se presenta una mirada a la transición de la educación por objetivos hasta llegar a las competencias básicas en matemáticas, un estudio a nivel general de la OCDE, posteriormente aspectos relacionados con las pruebas PISA, un análisis de los lineamientos, estándares curriculares, evaluación por competencias y finalmente algunos enfoques teóricos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

2.1 De los objetivos a las competencias, una mirada histórica.

En los inicios de la primera mitad del siglo XX 1903- 1930 la educación en Colombia era para las clases sociales altas-terratenientes, políticos y militares-, los campesinos, los pobres y la mayoría de las mujeres no tenían acceso, es decir, que se centraba en un adoctrinamiento en la política y el manejo del dinero en cuanto a las inversiones y el aumento de capital, gracias a las ganancias provenientes de las haciendas y la explotación campesina, razón por la cual lo apremiante era el conocimiento matemático para saber capital versus ganancias, además por que la iglesia era la encargada de adoctrinar frente a estos aprendizajes.

Los acontecimientos sociales de los años 30 en adelante fueron imprimiendo nuevos cambios en las políticas educativas y se tomaron modelos europeos para ser aplicados al interior de las aulas de clases, se comienza a hablar de objetivos a cumplir, dando los primeros pasos hacia la consecución de algunas metas que se debían alcanzar en el proceso educativo. Esta evolución estaba basada en una serie de actividades y ejercicios matemáticos y lingüísticos que debían ser logrados; paulatinamente se van introduciendo logros, desempeños, indicadores de logros y finalmente con la globalización y las pedagogías capitalistas, se introducen los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias y los saberes básicos de competencias.

Cumpliendo de esta forma con los propósitos que según el ministerio de educación cultura y deporte del gobierno Español, *“Las competencias básicas son aquellas que permiten poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos, y que deben haberse desarrollado al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr la realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida...”* (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de España., S.F.).

Durante algún tiempo han sido muchos sistemas educativos los que han optado por un enfoque por competencias. Un antecedente de esta situación es el informe DELORS el cual hace referencia a los cuatro pilares de la educación como los son aprender a conocer,

aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser, presentado por la UNESCO en 1996. El concepto de competencia plantea una situación de la modernidad ya que el postulado migra desde lo laboral a la escuela presentando un escenario donde todos los actores de la comunidad educativa debieron adaptarse a este nuevo orden mundial. La OCDE en conjunto con el parlamento delegaron un grupo denominado DeSeCo (definición y selección de competencias) los cuales proponen tres grandes categorías: actuar en forma autónoma, usar herramientas interactivamente, interactuar en grupos heterogéneos; establecido esto en el consejo europeo de Barcelona en 2002.

En general las competencias básicas sobre las cuales se establecen los pilares para la comunidad europea son: comunicación en lengua materna, comunicación en lengua extranjera, competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología, competencia digital, competencias sociales y cívicas, conciencia y expresiones culturales, aprender a aprender, sentido de la iniciativa y espíritu empresarial establecidas como competencias clave en 2006.

Para la Unión Europea *“La competencia en matemáticas es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en el conocimiento. La competencia matemática entraña –en distintos grados- la capacidad y voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (formulas, modelos,*

construcciones, gráficos y diagramas” (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de España., S.F.).

Para PISA actualmente esta misma competencia se refiere a *“La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan”* (OCDE, 2013).

Desde esta perspectiva el conocimiento matemático debe ser medible, observable, cuantificable y verificable. Dando lugar a la evaluación desde los diferentes entes nacionales e internacionales.

2.2 Pruebas internacionales.

Al ministerio de educación le interesa conocer y verificar el impacto de sus políticas en educación básica y media en relación con otros países; por ello opta en la implementación de estrategias para posibilitar la participación en las diversas pruebas internacionales tales como: PISA, SERCE y TIMSS.

Las pruebas SERCE consisten en un proyecto de laboratorio de la evaluación de la calidad de la educación (LLECE) de OREAL/UNESCO Santiago de Chile, evalúa competencias básicas y habilidades para la vida en el área de lectura y matemáticas, con opción de hacerlo en ciencias naturales. Dicha prueba está dirigida a estudiantes de 3° y 6° en 17 países de Latinoamérica, esta prueba se comenzó a aplicar en el 2005. TIMSS cuya sigla representa International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Aporta información sobre el desempeño académico de estudiantes de EE-UU de los grados 4° y 8° en matemáticas y ciencias naturales y lo compara con 59 países. El piloto de este estudio se realizó en el año 2006. Otro estudio que se lleva a cabo son las pruebas PIRS en el área de literatura. (MEN Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2006).

2.3 OCDE

Según OCDE (2015), la organización para la cooperación y el desarrollo económico (OCDE) es un foro único en donde los gobiernos de 30 economías democráticas trabajan unidas para enfrentar los desafíos económicos y sociales de la globalización y al mismo tiempo aprovechar sus oportunidades. Este foro proporciona un espacio donde los gobiernos pueden intercambiar experiencias políticas, buscar respuestas a problemas comunes, identificar buenas prácticas y coordinar políticas locales e internacionales. Tiene como objetivo fomentar las políticas destinadas a:

- Lograr la más sólida expansión de la economía y del empleo,
- Aumentar el nivel de vida de los países miembros manteniendo la estabilidad financiera y contribuyendo así al desarrollo de la economía mundial.

- Contribuir a una sana expansión económica en los países miembros y no miembros en vía de desarrollo económico.
- Contribuir a la expansión del comercio mundial sobre una base multilateral y no discriminatoria conforme a las obligaciones internacionales.

Actualmente la OCDE cuenta con 33 países miembros, 5 países en proceso de adhesión (Rusia, Colombia, Letonia, Costa Rica y Lituania), cuenta con la colaboración de algunos países clave: Brasil, china, India, indonesia y Sudáfrica además de colaborar con otras 60 naciones.

Los temas que aborda esta organización son: administración pública, agricultura y alimentación, asuntos sociales migración y salud, ciencia y tecnología, comercio, desarrollo urbano, rural y regional, economía, educación, energía, energía nuclear, finanzas e inversión, impuestos, industria y servicios, medio ambiente y transporte. (OCDE, 2015). Esta investigación centrará su atención en el campo de la educación.

2.4 PISA

Según OCDE (2015), PISA es un proyecto que la OCDE desarrolla desde finales de la década de 1990, con el objetivo de evaluar qué tan bien preparados están los estudiantes de 15 años de edad para enfrentar los retos de la vida adulta. Los resultados le sirven a las naciones como guía para tomar decisiones, definir e implementar políticas públicas, se lleva a cabo cada 3 años y evalúa las competencias de los estudiantes en ciencias naturales,

lectura y matemáticas. Cada aplicación enfatiza en una de las tres áreas; en 2003 y 2012, matemáticas; 2000 y 2009 lectura; 2006 ciencias.

PISA genera dos tipos de resultados: el puntaje promedio de cada país en cada una de las áreas y porcentaje de estudiantes que se ubican en cada uno de los niveles de desempeño; para cada una de las tres áreas se definen 6 niveles de competencias.

En 2012 participaron 65 países, 34 de la OCDE, 31 países y economías asociadas. Colombia participo por tercera vez con una muestra de 9073 estuantes de 15 años de edad, tomados de 352 instituciones educativas (oficiales, privadas, rurales y urbanas).

A continuación se presentan los resultados para Colombia en las pruebas PISA 2012 en matemáticas según el ICFES (2013), comparadas con otros países latinoamericanos, el promedio de la OCDE y el país de mejores resultados.

PAISES	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	NIVEL 5 Y 6 (%)	NIVEL 2 (%)
CHILE	423	81	1,6	25,3
MÉXICO	413	74	0,2	27,8
URUGUAY	409	89	1,4	23,0
COSTA RICA	407	68	0,6	26,8
BRASIL	391	78	0,8	20,4
ARGENTIN A	388	88	0,3	22,2
COLOMBIA	376	74	0,3	17,8

PERÚ	368	84	0,6	16,1
PROMEDIO OCDE	494	92	12,6	22,5
SHANGHAÍ	613	101	55,4	7,5

Tabla 1. Puntajes promedio y desviaciones estándar en Matemáticas. Tomada de Colombia en Pisa 2012. Informe Nacional de Resultados. (ICFES, 2013). Adaptada por Navarrete F.(2016).

En la tabla se observa que Colombia obtuvo un puntaje en matemáticas de 376 el cual se encuentra por debajo del promedio de la OCDE que obtuvo 494 y del país con mejor resultado que fue Shanghái con 613. En matemáticas el 74% de los colombianos se ubicó por debajo del nivel 2. Esto quiere decir que solo dos de cada diez estudiantes son capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados de los problemas de matemáticas; además emplean algoritmos básicos, formulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas en los números enteros, e interpretan y reconocen situaciones en contextos que requieren una inferencia directa. En contraste, 3 de cada 1000 alcanzaron un nivel 5 y 6. Quienes están en este nivel tienen pensamiento y razonamiento avanzado: conceptúan, generalizan, y utilizan información; aplican conocimientos poco estandarizados, reflexionan sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

En Colombia el comportamiento de las ciudades más representativas fue:

CIUDADES	PROMEDIO	NIVEL 5 Y 6 (%)	NIVEL 2 (%)
MANIZALES	404	0,5	23,5
MEDELLÍN	393	1,6	19,0
BOGOTÁ	393	0,3	23,7

CALI	379	0,0	19,0
RESTO DEL PAÍS	372	0,2	16,7
COLOMBIA	376	0,3	17,8

Tabla 2. Puntajes promedio y porcentajes de estudiantes en nivel 5 y 6, en el nivel 2 (nivel básico) y por debajo del nivel 2 en ciudades con sobre muestra, PISA 2012. Tomada de Colombia en Pisa 2012. Informe Nacional de Resultados. Resumen Ejecutivo. Fuente OCDE 2013 y adaptada Navarrete F. (2016). (ICFES, 2013)

Como lo presenta la tabla los resultados del país son similares entre las ciudades más representativas. Aproximadamente el 70% de los estudiantes no alcanzan el nivel básico, en nivel 2 se ubican el 20% mostrando que existe un muy bajo porcentaje en el nivel 5, es decir, que Colombia no ha alcanzado un nivel de competencias avanzado según PISA.

2.4.1 PISA marco de matemáticas

Según PISA (2012), con esta prueba se tiene la oportunidad de llevar a cabo comparaciones del rendimiento de los alumnos a lo largo del tiempo, a su vez permite observar los cambios en las políticas educativas y las prácticas de enseñanza. En el marco de las pruebas se han diseñado para hacer de los estudiantes de 15 años, que sean relevantes, claras y explícitas haciendo que las preguntas se mantengan en contextos auténticos y significativos.

Son varios aspectos los que se tienen en cuenta en la construcción de la prueba:

- Definición de competencia matemática.

- Organización del área del conocimiento (los procesos matemáticos, las capacidades fundamentales y los contextos relevantes para los estudiantes de la edad establecida por PISA).
- Evaluación de competencia matemática.

Recordemos nuevamente el concepto que ha dado PISA (2012), para definir la competencia en matemáticas:

“La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan” (OCDE, 2013).

Todo lo anterior, nos lleva a reflexionar en torno a las competencias que cualquier ciudadano de quince años debe llegar a adquirir para desenvolverse en un mundo tan cambiante que demanda de los ciudadanos respuestas a problemáticas globales.

De la misma manera PISA contempla definiciones de actitud para matemáticas, lectura y ciencias que van más allá del dominio de las capacidades esenciales. De la misma manera la aptitud es considerada como una reunión de conocimientos y competencias para la vida adulta. Su adquisición es un proceso que lleva toda la vida y se da no solo en la escuela sino también mediante la interacción de los iguales y la comunidad en un sentido amplio. No es preciso afirmar que los jóvenes de 15 años hayan aprendido en la escuela todo lo que

necesitarían saber para la edad adulta; por ello necesitan contar con una base sólida de conocimientos en áreas como la matemática, lectura y ciencias.

Desde la primera participación de Colombia en PISA en el 2006, 2009 y 2012 no se evidencia un crecimiento significativo en los resultados obtenidos, ya que el crecimiento anual corresponde a 1,1 puntos. Según PISA, un sistema educativo es equitativo si brinda oportunidades similares a todos los estudiantes independientemente de su género, ubicación, contexto socioeconómico, etc. En Colombia, la varianza total de los resultados es de 65% de la varianza promedio de la OCDE lo que indica un alto grado de homogeneidad de los resultados. Colombia presenta la quinta menor varianza en total de los países evaluados. (ICFES, 2013)

2.5 Organización del área de matemáticas en Colombia

El área de matemáticas en Colombia y para la educación pública se distribuye según la ley 115 de 1994. Dentro de la jornada escolar con una asignación entre 4 a 5 horas semanales en la básica y media según las necesidades de la institución educativa. La educación preescolar consta de un nivel obligatorio, la educación básica va desde 1° a 9° y la media cubre los grados 10° y 11°. Los primeros años de la básica van de 1° a 5° donde en la mayoría de los casos hay un docente que orienta todas las áreas del conocimiento y a partir de 6° a 11° hay un docente dedicado a cada una de las áreas básicas y específicas del conocimiento.

Debido a situaciones demográficas y geográficas la escuela se divide en rural y urbana. La educación rural en algunos casos es orientada en forma de escuela unitaria donde un único docente orienta desde 1° a 5° los cuales son grupos de estudiantes de bajo número por cada uno de los grados.

2.5.1 Ley 115 del 94 (ley general de educación)

La Ley 115 de 1994, reglamenta para el área de matemáticas, que es de vital importancia y de obligatorio cumplimiento (El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana;)

Objetivos de la educación básica según la ley general de educación:

e) El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos;

Por su parte el ARTÍCULO 23. *Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del*

conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional.

Así mismo, ARTÍCULO 34. *Establecimientos para la educación media. De conformidad con lo dispuesto en el artículo 138 de esta Ley, la educación media podrá ofrecerse en los mismos establecimientos que imparten educación básica o en establecimientos específicamente aprobados para tal fin, según normas que establezca el Ministerio de Educación Nacional. (Congreso de la República de Colombia., 1994)*

2.5.2 Lineamientos y Estándares

Según el ministerio de educación colombiano los lineamientos son una guía que pretende apoyar los procesos de aula en el área de matemáticas y brindar un apoyo a los docentes e instituciones del país sin convertirse en una camisa de fuerza o en un derrotero inequívoco para la práctica de la enseñanza y la construcción del currículo en matemáticas. Dichos lineamientos aparecen de un encuentro de matemáticas 1996 donde participaron docentes de básica y media de colegios públicos y privados, investigadores en educación de las matemáticas y a partir de ahí se conformó un grupo de apoyo del MEN el cual conto con la participación de: programa RED de la universidad Nacional, Gimnasio Moderno, Asociación Anillo de Matemáticas, universidad del Valle universidad distrital, universidad Francisco José de Caldas, universidad Pedagógica, universidad Javeriana, universidad de Amazonia, universidad Pamplona, universidad Externado, universidad Libre, colegio Champagnat, secretaria de educación de Antioquia. En el año de 1998 se realizó una nueva

reunión con el fin de hacer una revisión al documento. Entre las personas responsables de la compilación y construcción del documento aparecen reconocidos personajes como los Doctores Carlo Federici C, Carlos E. Vasco U, Martha Vargas de Avella.

Este documento está dividido en antecedentes, referentes curriculares, estructura curricular (competencias básicas), conocimientos básicos y hacia una estructura curricular. En los antecedentes el documento plantea que en los años cuarenta y cincuenta la matemática se inclinaba por la teoría de los conjuntos y la lógica matemática, representada por el grupo “Nicolás Bourbaki”. Durante la época de la carrera espacial, primeros lanzamientos de cohetes espaciales por los soviéticos, obligó a los norteamericanos a dar un giro en la educación básica y media dirigiéndola a preparar los futuros científicos basada en la teoría de conjuntos y la lógica matemática como los medios más adecuados para alcanzar las matemáticas avanzadas (matemática moderna). En las décadas de los 60 y 70 se da una nueva transformación donde se enfatiza en las estructuras abstractas, la lógica y el álgebra y se evidencian falencias en la geometría y el pensamiento espacial dando poco interés a los problemas y las actividades.

En Colombia este modelo generó controversia en la comunidad educativa de la época, ya que el paradigma predominante giraba alrededor de las cuatro operaciones básicas en los enteros, racionales y decimales. En ese momento de la historia las reformas que se daban en país no pasaban de adicionar o quitar contenidos de los programas. Durante el mandato del presidente López Michelsen (1975) fue creado el Ministerio de Educación, se propuso la

renovación de programas, capacitación y perfeccionamiento docente, currículo y medios educativos, para algunas escuelas para los grados primero a tercero. En el año de 1978 fue comisionado el Doctor Carlos E. Vasco U. con el fin de revisar y renovar lo establecido para primero a tercero. lo cual condujo a ver la matemática como sistemas y no como conjuntos, esto fue considerado como enfoque sistémico. Según Lineamientos curriculares (1998):

“La renovación curricular propuso acercarse a las distintas regiones de las matemáticas, los números, la geometría, las mediadas, los datos estadísticos, la misma lógica y los conjuntos desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, operaciones y sus relaciones”

Esto generó bases para la construcción de la ley 115 de 1994. Este enfoque de Renovación Curricular dio a los lineamientos bases para que los estudiantes comprendieran y desarrollaran competencias que les permitieran afrontar los retos actuales como la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre, y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana.

Según el MEN (1998) : “Tal vez el país nunca había contado con una información similar en la cual hay estudios nacionales que simultáneamente con estudios internacionales puedan orientar al currículo de matemáticas en la educación formal”.

En el apartado que habla de los referentes curriculares invita a reflexionar sobre la siguientes preguntas para la construcción de currículo: ¿Qué son las matemática? ¿En qué consiste la actividad matemática de la escuela? ¿Para qué y cómo se enseñan las matemáticas? ¿Qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura? ¿Cómo se

puede organizar el currículo de matemáticas? ¿Qué énfasis es necesario hacer? ¿Qué principios, estrategias y criterios orientarán la evaluación del desempeño matemático de los alumnos?

El documento plantea una reflexión de 100 docentes del área de diferentes niveles de la educación básica y media, estudiantes de especialización entre otros acerca de las concepciones que se tienen sobre la matemática para poder contrastarlas con la literatura especializada. Según este estudio algunos de los encuestados las ven como un cuerpo estético y unificado, otra concepción dice que es un conjunto de estructuras interrelaciones; otros opinan que es un conjunto de reglas, hechos y herramientas y para otros es la ciencia de los números y las demostraciones.

Para algunos docentes la actividad de las matemáticas está asociada a la habilidad de solucionar problemas, otros con el ordenar saberes matemáticos establecidos. Por otro lado se tiene la concepción de construir nuevos saberes a partir de los ya establecidos a través de la lógica. Las matemáticas escolares están entendidas como conocimientos cotidianos que tienen que ver con números y operaciones mientras que otros opinan que son conocimientos elementales que resultan de abordar superficialmente algunos elementos mínimos de la matemática disciplinar. Se piensa a nivel general que el área cumple un papel netamente instrumental que refleja el desarrollo de habilidades y destrezas para resolver problemas de la vida cotidiana, manejo del lenguaje simbólico y el desarrollo del pensamiento lógico formal.

Algunas de las posturas filosóficas presentadas en los lineamientos curriculares (1998) que han dado como resultado implicaciones didácticas son:

Platonismo: “Este considera a las matemáticas como un sistema de verdades que han existido desde siempre independientemente del hombre. Reconoce las figuras geométricas, las operaciones y las relaciones aritméticas resultan en alguna forma misteriosas; que tienen propiedades que descubrimos solo a costa de un gran esfuerzo. Plantea que las matemáticas trascienden a la mente.”

Logicismo: Esta línea se inclina a la rama de la lógica, con la vida propia, pero al el mismo origen y método. Dicha ciencia se divide en deductiva e inductiva. La lógica contiene las bases para todas las ciencias. Es una disciplina que potencia la argumentación mediante unas reglas universales que permiten comunicar las ideas mediante un lenguaje común para todos. Algunos de los autores reconocidos son Kurt Gödel (1906), Gottlob (1848-1925)

Formalismo: Implica que las matemáticas son una creación de la mente humana y estaba basada en los axiomas, definiciones y teoremas como expresiones formales mediadas por un lenguaje simbólico. Este modelo busca encontrar coherencia entre las reglas establecidas y las construcciones mentales.

Intuicionismo: Se basa en el hecho de que la matemática se puede construir a partir de lo intuitivamente conocido y finito y existe solo lo que se haya construido mentalmente

mediante la intuición. Entre los autores que trataron este tema se encuentran Kant a comienzos del siglo XX y Luitzen Brouwer (1881-1968). El intimismo no se dedica a estudiar ni describir como se realizan en la mente las construcciones y las intuiciones matemáticas; sino que supone que cada que cada persona puede consiente de dichos fenómenos.

Constructivismo: Está relacionada con el intuicionismo. “la esencia de las matemáticas es su libertad; libertad para construir, libertad para hacer hipótesis (Davis, Hersh, 1988: 290). Este modelo es coherente con la pedagogía activa y se apoya en la Psicología Genética. Se interesa por la forma como la mente realiza la construcción de los procesos matemáticos, la manera de organización de las estructuras, y a la aplicación le provee. Para con ello observar la forma como el estudiante genera y desarrolla su propio conocimiento.

Una reconceptualización de la filosofía de las matemáticas propuesta por Paul Ernest citado por MEN (1998) expresa que: “*Se deben tener en cuenta la naturaleza, justificación y génesis del conocimiento matemático y de los objetos de la matemática, sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología y el hacer matemático durante la historia*”. De ahí se plantea que el quehacer matemático está conectado con las interacciones sociales de los hombres y que le permiten tomar decisiones y argumentar juicios. A su vez plantea que tienen que ver con la abstracción, interrelación, demostración y las aplicaciones. Permite definir los

objetos que se estudian con ayuda de saberes previos y de la misma forma ayuda a adquirir, organizadamente, nuevos saberes a partir de los ya aprendidos.

En los lineamientos también se plantean los avatares de los diferentes actores de la educación en esta área como los son los matemáticos, los alumnos y los profesores resaltando para cada uno de ellos las siguientes características:

Los matemáticos deben eliminar todas las reflexiones que no producen valor. Depurando los detalles para no caer en la banalidad y buscar la teoría más general en la cual los resultados sigan siendo válidos. De esta manera el lector puede tomar conciencia de los resultados y darle validez beneficiándose de este nuevo conocimiento para que a sus vez otros los apliquen y los reformulen en aras de creación de conocimiento nuevo.

El alumno debe en su reflexión no solo resolver problemas, hacer buenas preguntas, también debe actuar, formular, probar, construir modelos, leguajes, conceptos y teorías que los intercambien con los otros y que adquieran los que le son útiles para su desarrollo sociocultural.

El trabajo del docente está enmarcado en simular en la clase una micro sociedad científica donde se plantean problemas que permitan el debate y el lenguaje, formular modelos y poder demostrar sus argumentos. Los elementos mencionados anteriormente constituyen la transposición didáctica. Según Chevallard, (1995) “*Consiste en el paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto de saber*”.

Los lineamientos curriculares de 1998 también reflexionan sobre los cinco tipos de pensamiento que se deben potenciar en las aulas de clase durante los 11 años de academia

para los estudiantes los cuales corresponden a: pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento variacional y pensamiento aleatorio no dejando de manera explícita el pensamiento lógico, que según el documento debe ser potenciado desde los 5 anteriores. Además de estos, en el documento se destacan los procesos generales del área como los son: *formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar y formular; comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.*

En cuanto a los “estándares básicos de competencias en matemáticas” corresponde a un documento que busca ayudar a dar una mayor claridad a las pretensiones del estado en lo referente a cómo se deben orientar los currículos de las instituciones. Este documento data de 2002 y es emanado del Ministerio de Educación de Colombia y retoma los planteamientos de los lineamientos curriculares del noventa y ocho en lo concerniente a procesos matemáticos y pensamientos dando una visión clara de cada uno de ellos. Su aporte está en la claridad con que esboza cada uno de ellos. Adicional a ellos presenta: “ *los tres contextos en el aprendizaje de las matemáticas, hace referencia a la enseñanza a partir de aprendizaje significativo y comprensivo, diseños de procesos de aprendizaje mediados por escenarios culturales y sociales, incentivo de actitudes de aprecio, seguridad y confianza con la matemática; reflexiona sobre la didáctica y la evaluación*”. (MEN. Ministerio de Educación Nacional de Colombia., 2006)

En un segundo apartado explica cómo están estructurados los estándares y muestra la relación entre procesos generales; conceptos, procedimientos matemáticos y los contextos. Dan gran relevancia a en su construcción a la coherencia vertical y horizontal. Esto tiene

que ver con los diferentes niveles del aprendizaje de los estudiantes, no significa que se deben dividir los estándares explícitamente para los dos niveles sino que deben ser fortalecidos para dicho nivel.

Ser competente matemáticamente según los estándares básicos de competencia colombianos hace referencia:

“Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante de ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles soluciones respuestas que surjan a partir de ellas...Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas...Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo como medios de validar y rechazar conjeturas...Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, dónde, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz... “MEN (2008)

En vista del manejo dado a los estándares en las instituciones educativas el MEN establece una nueva política educativa denominada el “día-e la ruta a la excelencia” con el propósito de verificar la coherencia en la aplicación de los estándares curriculares. Como resultado de la investigación formulada por el ministerio se propone un documento llamado derechos básicos (DBA) en las áreas de matemáticas y lenguaje, donde presentan la interrelación y coherencia que debe darse entre los estándares y los diferentes tipos de pensamiento. Esta propuesta pretende vincular a todos los actores de la comunidad educativa en su proceso de

formalización. Los DBA en matemáticas están estructurados de tal forma que permiten visualizar con ejemplos los saberes que el estudiante debe aprehender al finalizar su proceso escolar.

2.5.3 Evaluación de matemáticas por competencias

Por algún tiempo la evaluación en matemáticas, exclusivamente se dedicaba a reproducir los saberes, que en su mayoría eran procedimentales, los cuales presentaba el docente a sus estudiantes. Estos saberes le daban mayor valor al pensamiento numérico, espacial, geométrico, sistemas de medida, variacional; restando importancia al pensamiento aleatorio; dichos procedimientos no mantenían una interrelación directa aislando la asertividad propuesta por las competencias y descontextualizando el propósito del aprendizaje matemático.

Según el investigador danés Niss M, (2006) la competencia matemática es *“la habilidad para entender, juzgar, hacer usar las matemáticas en su variedad de contextos y situaciones intra y extramatemáticas en los que las matemáticas juegan o podrían jugar su papel”*. A partir de ello Niss (2006) propone 8 criterios de evaluación que posiblemente permiten alcanzar las competencias matemáticas y así llegar a un alto nivel de competencia:

Pensar matemáticamente: Proponer cuestiones características de las matemáticas conociendo las clases de respuestas; comprender y manejar el alcance y las limitaciones de un concepto dado; ampliar el dominio de un concepto abstrayendo algunas de sus

propiedades; generalizar los resultados a clases más amplias de objetos; distinguir entre diferentes clases de enunciados, afirmaciones matemáticas, incluyendo sentencias condicionadas, cuantificadores, suposiciones, definiciones, teoremas, conjeturas, casos, etc.

Plantear y resolver problemas matemáticos: Identificar, proponer y especificar diferentes clases de problemas de matemáticas (puro -aplicado, abierto con solución -cerrado, etc.); resolver diferentes clases de problemas de matemáticas (puro -aplicado, abierto con solución o cerrado, propuesto por otros o por uno mismo, propuestos de diferentes modos, etc.);

Modelar matemáticamente: Analizar fundamentos y propiedades de modelos existentes, valorar su rango y validez; decodificar modelos existentes aplicar un modelo a un contexto dado,

Razonar matemáticamente: Seguir y valorar cadenas de argumentos saber lo que es una demostración matemática y cómo se diferencia de otras clases de razonamiento y de otras clases de razonamiento matemático (por ejemplo el razonamiento heurístico) descubrir las ideas básicas en una línea argumental, distinguiendo principales sublíneas a partir de detalles, ideas y aspectos técnicos.

Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos): Comprender, utilizar, decodificar e interpretar diferentes clases de representaciones de objetos, fenómenos y situaciones matemáticas y distinguir entre ellos; comprender y utilizar las relaciones entre diferentes representaciones de la misma entidad u objeto, incluido el conocimiento de sus restricciones y limitaciones; elegir entre diferentes representaciones y pasar de unas a otras.

Utilizar los símbolos matemáticos: Decodificar e interpretar lenguaje matemático simbólico y formal y comprender sus relaciones con el lenguaje natural; comprender la naturaleza y las reglas de los sistemas matemáticos formales (desde ambos puntos de vista, sintáctico y semántico); traducir entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico/formal; utilizar y manipular sentencias y expresiones que contienen símbolos y formulas.

Comunicarse con las Matemáticas y comunicar sobre Matemáticas: Comprender los textos escritos, las expresiones visuales o las frases orales de otros, en una variedad de registros lingüísticos, sobre cuestiones materias o temas de contenido matemático; expresarse uno mismo sobre tales cuestiones materias o temas, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica, de forma oral, visual o escrita.

Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías): Conocer la existencia y propiedades de varias herramientas y recursos para la actividad matemática, sus alcances y limitaciones; ser capaces de usar racionalmente tales recursos y herramientas..

2.6 Didáctica de las Matemáticas

2.6.1 Educación matemática

En la actualidad, se desarrollan diferentes enfoques teóricos de la didáctica de la matemática y líneas de investigación en educación matemática, que resulta una herramienta útil para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles escolares; a continuación se describen brevemente algunas teorías que son más apropiadas para nuestro contexto escolar.

2.6.2 Educación matemática crítica

La educación matemática crítica nace a partir de la *teoría crítica* que tiene su origen en la escuela de Frankfurt. La referencia central de este enfoque es Ole Skovsmose, profesor e investigador danés. En 1994 publica el libro *“Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education”*, traducido por Paola Valero como “Hacia una filosofía de la educación matemática crítica”, donde precisa su idea del rol activo que debe poseer la educación matemática en la formación de ciudadanos críticos.

Dentro de los postulados más importantes propuestos por Skovsmose (1999), son las tres competencias que se encuentran entre lo que él denomina alfabetización matemática: competencias matemáticas, que son propiamente las habilidades matemáticas en ejecutar algoritmos y realizar cálculos; competencias tecnológicas, que se refieren a la habilidad de resolver problemas aplicados al mundo social y cultural en el que viven las personas y la competencia reflexiva, que es la necesaria para que un individuo sea capaz de tomar una postura justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos (Skovsmose, 1999).

.En uno de los trabajos que realiza Skovsmose en el año 2000, describe diferentes situaciones que se presentan en el aula en las clases de matemática y las sitúa en dos dimensiones, para luego definir lo que él llama ambientes de aprendizaje.

En la primera dimensión expone dos paradigmas de las prácticas en el aula de clase:

- La educación matemática tradicional. *“En primer lugar el profesor presenta algunas ideas y técnicas matemáticas y a continuación los estudiantes trabajan ejercicios seleccionados por el profesor”* (Skovsmose 2000).

- El enfoque investigativo. Incluye en este enfoque el trabajo por proyectos montados en escenarios de investigación (Skovsmose 2000). Según

“Un escenario de investigación invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones. La invitación está representada en la expresión de la profesora ¿Qué sucede si...? Y la aceptación de la invitación por parte de los estudiantes se puede reconocer por las expresiones ¡sí! Y¿qué puede suceder si...? De esta manera los estudiantes se involucran en un proceso de exploración. La pregunta de la profesora ¿y, por qué es que...? Se convierte en un reto que los estudiantes parecen haber asumido cuando dicen ¡sí! ¿Por qué será que...? Este reto los lleva a buscar explicaciones. Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje. En un escenario de investigación los estudiantes están al mando”. Skovsmose (2000)

En la segunda dimensión ubica “las referencias” que son la base para que los estudiantes construyan significado, estas referencias pueden ser de tres tipos:

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 1. Ambientes de aprendizaje. Skovsmose (1999)

Ambiente (1): lo ubica en un contexto “matemática pura”; los estudiantes se limitan a resolver ejercicios mecánicos sin ningún sentido matemático, solo aplicando un conjunto de reglas para resolverlos.

Ambiente (2): lo caracteriza como un escenario de investigación dentro de la matemática, se le brinda al estudiante la oportunidad de hallarle sentido y aplicabilidad a sus saberes.

Ambiente (3): lo ubica en el paradigma del ejercicio con referencia a una semirrealidad, busca solucionar problemas sobre un supuesto.

Ambiente (4): Trabaja un contexto de semirrealidad, pero no se usa como una fuente para la formulación del ejercicio sino una invitación para que los estudiantes exploren y expliquen.

Ambiente (5): Se refiere al paradigma del ejercicio en situaciones de la vida real.

Ambiente (6): Se caracteriza por el uso de situaciones de la vida real en escenarios de investigación. Proponer actividades que generen este tipo de ambientes es lo que se esperaría para iniciar las clases de tal forma que adquieran significado para los estudiantes. Se requiere generar situaciones de aprendizaje que sean adecuadas, respondiendo a los intereses de los estudiantes.

De esta manera, el enfoque de educación matemática crítica brinda herramientas para que los estudiantes se involucren en situaciones reales, que tomen una postura crítica y creen habilidades para usar el conocimiento en la participación plena en y la transformación de su entorno.

2.6.3 Constructivismo radical

El mayor representante de este enfoque es Von Glaserfeld, citado por Confrey, J. (1995) , sustenta su teoría desde tres referencias: La Epistemología Genética, donde se afirma que la construcción del conocimiento ocurre a través del tiempo; la Epistemología radical, explica que el conocimiento es exclusivamente un orden y organización de un mundo constituido por nuestra experiencia y la teoría de esquemas, afirma que conocer un objeto no significa copiarlo, significa actuar sobre él, construir esquemas y mapas mentales para realizar transformaciones y construir conceptos.

Este representante del constructivismo radical considera que el sujeto adquiere sentido de experiencia con el fin de satisfacer una necesidad de ganar poder sobre sí mismo, hacer uso de su conocimiento, identificar las diferentes formas de conocer, cada uno hace su mundo a partir de lo que percibe, lo ajusta y lo acomoda de acuerdo a su necesidad y de esta manera toma control sobre su entorno en el que se moviliza.

Para Von Glaserfeld, el constructivismo radical se basa en dos principios básicos:

- a) El conocimiento es activamente construido por el sujeto.
- b) La función de la cognición es organizar nuestro mundo de experiencias y no descubrir una realidad trascendente.

En el primero, el autor enfatiza que el conocimiento es construido por experiencias individuales, no es posible transmitir significados a los estudiantes sino que ellos mismos los construyen.

En el segundo, afirma que cada ser humano ve el mundo que quiere ver, en las aulas de clase todos los estudiantes reciben la misma información que imparten los docentes, pero no todos la interpretan ni la adoptan de forma similar, esto lo hacen de acuerdo a sus intereses y necesidades.

El constructivismo radical ha tenido grandes contribuciones a la educación matemática entre las más importantes podemos resaltar el entendimiento de la enseñanza de las matemáticas, diferente a la tradicional; la comprensión del sentido de las acciones de un niño y su perspectiva; y la superación del aprendizaje pasivo donde el estudiante solo recibe información, la procesa, la memoriza y contesta a lo que el profesor le indica. Este enfoque se caracteriza porque el aprendizaje se da por descubrimiento en forma individual, haciendo énfasis en las situaciones de aprendizajes complejas; y en la evaluación debe poseer variedad de respuestas posibles en los temas trabajados ya que cada estudiante construye sus propios conceptos.

La enseñanza de las matemáticas bajo el enfoque de constructivismo radical, parte del hecho que los estudiantes son responsables de su propia formación, cuestionadores, analistas, actores principales que actúan para alcanzar conocimiento, pero en muchas instituciones no todos los estudiantes se encuentran con el mismo interés por aprender y no se evidencia sólo en matemáticas sino en las diferentes disciplinas, las causas son de diferentes tipos: individuales, familiares, sociales que no favorecen en general su buena educación. El docente con pedagogía bajo este enfoque le exige mayor dedicación a su profesión, mayor conocimiento de los estudiantes así como su entorno, debe presentar situaciones basadas en la cotidianidad que lleve a los estudiantes a pensar, procesar, resolver y construir conocimiento a partir de su realidad.

2.6.4 Teoría de situaciones didácticas

Esta teoría fue desarrollada por Guy Brousseau, contribuye al proceso de enseñanza y aprendizaje en educación matemática de forma positiva ya que se da la oportunidad al estudiante de ser protagonista de la búsqueda del conocimiento y mejor aún si se utiliza las herramientas de la Tecnología, la Información y la Comunicación, es un tema actual y de gran interés por parte de ellos; teniendo en cuenta que lo importante es el mayor aprovechamiento de estas herramientas tecnológicas para obtener conocimiento y no limitarse simplemente a conocer su funcionamiento, otro punto a favor de este enfoque es que el estudiante se responsabiliza de que el objetivo se cumpla tomando sus propias decisiones, siendo consciente que la decisión tomada no siempre será la adecuada y que el estudiante esté tan motivado que vuelva a intentar buscar otra solución a las diferentes situaciones que se planteen sin la intervención del docente.

Los elementos que se incluyen en esta teoría son las Situaciones Didácticas: son toda situación que diseña el docente con la finalidad de enseñar algo; las Situaciones a-didácticas: son las que no tienen en vista un conocimiento si no el desarrollo de comportamientos como modos de actuar, de decir, de explicar, de argumentar, de expresar, de escribir, de escuchar, etc.; las Situaciones de acción: El alumno es confrontado a una situación que le plantea un problema, en búsqueda de una solución, realiza acciones que pueden desembocar en la creación de un saber hacer, él puede explicar sus acciones; las Situaciones de formulación: Es necesario intercambio de informaciones y la creación de un lenguaje para asegurar el intercambio; y las Situaciones de validación: Hay que probar lo que se afirma, no por acciones, sino dando razones apoyadas en los datos iniciales o en relaciones pertinentes.

En este enfoque el docente está en la responsabilidad de propiciar un contrato didáctico con condiciones óptimas que garantice a los estudiantes elaborar su propio conocimiento, para tal fin se hace necesario una transformación en las prácticas pedagógicas, constante actualización, uso de medios modernos para enriquecer esas prácticas aportando a una enseñanza matemática de calidad, siendo otra ventaja del enfoque ya que se abandona en gran proporción la adquisición de conocimiento matemático mediante la transmisión de información sin fundamento y sin interés por parte de los estudiantes.

CAPITULO III

Metodología

En el tercer capítulo se muestra la metodología utilizada para el desarrollo del trabajo a través de cuatro fases así: la primera corresponde al planteamiento del problema y la construcción del marco teórico, en la segunda se muestran los instrumentos utilizados para la investigación, en la tercera se aplica un mapeo en donde se rastrean los diferentes documentos relacionados con el tema de la tesis y a partir de este se realiza una matriz categorial, la última fase en la que se presenta una discusión y algunas reflexiones para dar lugar a las propuestas.

3.1 Fases de la investigación

3.1.1 Fase uno

En esta fase se discutió la situación que se presenta en el país al analizar los informes relacionados con los resultados de las pruebas PISA 2012, se definen los elementos a ser observados de por qué Colombia mantiene bajos niveles en estas pruebas internacionales y las acciones que los entes gubernamentales desarrollaron para minimizar el impacto educativo y el campo del conocimiento en las prácticas de aula. La metodología a emplear es la revisión documental con un enfoque correlacional. Para terminar se realiza una revisión teórica acerca de los aspectos mencionados anteriormente que constituyen los referentes teóricos.

3.1.2 Fase dos

En esta fase se inicia la recolección de los documentos existentes emanados de la OCDE, MEN, ICFES y algunos otros documentos emitidos por diferentes organizaciones que aporten en el desarrollo del tema. Se establecen como instrumentos de recolección de información los siguientes: mapeo y matriz categorial.

3.1.3 Fase tres

En esta fase se aplican los instrumentos establecidos con el fin de indagar desde el 2009 a 2015 los planteamientos de las conclusiones de la pruebas PISA, los documentos que ha generado el ministerio de educación y el ICFES con el fin de rastrear cuales y como dichas entidades aportan en el mejoramiento de la educación en matemáticas del país.

3.1.4 Fase cuatro

Esta presenta los resultados de la aplicación de los instrumentos y la correlación que se establece entre las categorías establecidas y la presentación de los resultados para de este modo construir el informe final.

3.2 Método

Esta investigación está enmarcada en una línea metodológica cualitativa de tipo descriptivo ya que en una de sus fases se aplicará el método de revisión documental con el fin de indagar sobre los aportes que han brindado las pruebas PISA en la construcción de conocimiento en el área de matemáticas en diferentes contextos educativos del país. Esto corresponde a una fase inicial que busca comparar documentación pública y privada nacional y en algunos casos internacional que brinde orientaciones acerca de la forma de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se describe la situación actual en Colombia para conocer los resultados de las pruebas Saber y así poder realizar un contraste con las pruebas PISA e identificar los aportes para fortalecer procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de Matemáticas encaminados a la formación de competencias.

Según Martínez M. (2006), la vida personal, social e institucional en la actualidad, se ha hecho cada vez más compleja. Esta situación ha generado que los procesos investigativos requieran de nuevas metodologías para conocerla en profundidad. A partir de este hecho, alrededor de las últimas décadas se ha dado auge a diferentes métodos, estrategias, técnicas e instrumentos que permiten analizar en la mayoría de casos a las ciencias humanas las cuales presentan una gran complejidad en sus estudios.

Dichas metodologías son conocidas como cualitativas las cuales han sido divulgadas en gran cantidad en investigaciones. Con estas se busca ser más sensibles a la complejidad de la realidad en la actualidad y de la misma manera estar enmarcada en los procesos rigurosos, sistemáticos y críticos que orientan la construcción de conocimiento científico. Gadamer. (1984), plantea, *“en el ámbito de la experiencia total humana, existe una*

experiencia de verdad”. Las vivencias, la filosofía, el arte, la historia entre otras son formas de expresión que no pueden ser verificadas por los métodos cuantitativos de la ciencia.

Según la neurociencia el sistema afectivo y cognitivo no están separados en su totalidad sino que forman un solo sistema cognitivo-emotivo; debido a esto no se descarta que se pueda unir lo lógico con lo estético aún cuando uno se imponga al otro. Aristóteles (1973), en su obra *“la metafísica”* *expone el ser no se da nunca a nadie en su totalidad sino solo según ciertos aspectos y categorías, a su vez expresa toda realidad y más la humana, son poliédricas (tienen muchas caras que solo captamos en un momentos dado)*”. En la actualidad existen más de 60 programas de computación para trabajar con los datos cualitativos, destacando el Atlas.ti, Ethnograph y Nud*ist.

En el sentido filosófico la metodología cualitativa; no se trata del estudio de cualidades separadas o separables; se trata del estudio de un todo integrado que forma una unidad de análisis que hace que algo sea lo que es: una persona, una entidad étnica, social, empresarial, etc. Aun cuando se podría estudiar una cualidad específica, sin dejar de lado la relación con la totalidad.

3.3 Instrumentos

3.3.1 Mapeo.

A partir de lo planteado por Shwartz y Jacobs, (1984) citado por Quintana, A. y Montgomery, W. (Eds.) (2006) se sitúa en el contexto donde se va a desarrollar la investigación. La intención es un estudio para identificar documentos físicos que otorguen la identificación de la verdadera intención de la realidad social y cultural alrededor del

tema. Permite identificar los actores, eventos y fenómenos objeto de la observación también llamada (cartografía social).

3.3.2 Matriz categorial.

Desde la perspectiva de Pérez Serrano, (1994) es un arreglo de filas y columnas que permite analizar datos que pueden ser cuantificables además puede ser utilizada para estudiar un sin número de información y aplicarse a un gran volumen de información. -

Según Alfonso. (1995) *“la investigación documental es un proceso científico, sistemático de indagación, organización, análisis e interpretación de información entorno a un determinado tema, conducente a la construcción de conocimiento”*. Esta utiliza como fuente primaria los documentos escritos, electrónicos y audiovisuales aún cuando según Kaufman y Rodríguez. (1993) también se puede acudir a testimonios de los protagonistas de los hechos, o especialistas en el tema. Algunos de los documentos incluyen a los libros, revistas, periódicos, diccionarios, enciclopedias, monografías, tesis entre otros. Los electrónicos hacen referencia a correos electrónicos, CD’S, bases de datos virtuales, periódicos en línea y páginas web y los audiovisuales hacen referencia a mapas, fotografías, ilustraciones, videos, programas de radio y televisión, canciones y otro tipo de grabaciones.

Según Alfonso (1995), la UNA (1985) y Vásquez (1994) hay una serie de pasos que permiten hacer de la investigación un proceso exitoso:

Selección y delimitación del tema, acopio de las fuentes de información , organización de los datos y elaboración de un esquema conceptual del tema, análisis de los datos y

organización de la monografía, redacción de la monografía o informe de la investigación y presentación final (oral y escrita)

Para que la investigación sea exitosa se deben presentar las ideas con claridad y pertinencia a la unidad que se esté desarrollando, cada párrafo trata una idea y cuando se va tratar otra idea se recomienda otro párrafo. Este tipo de investigación no pretende hacer un culto al plagio, por el contrario busca que el investigador por intermedio de su creatividad, originalidad e ingenio viva una experiencia similar a la que vivieron los otros: busca información, descubre la naturaleza del problema, establece conexiones, analiza sintetiza e interpreta para apropiarse de la información y convertirla en conocimiento. En este tipo investigaciones es muy importante dar crédito a los autores de la información mediante las citas, las cuales tienen una estructura específica según la norma que se establezca como por ejemplo APA.

Dado lo anterior y habiendo definido los instrumentos, la investigación es de corte correlacional. Según Sampieri R. (1998), tiene como propósito conocer la relación que existe entre dos o más conceptos o categorías en un contexto en particular. La utilidad de este enfoque radica en saber cómo se pueden comportar una variable o categoría al conocer el comportamiento de otras variables. Procura predecir las tendencias que toman las categorías implícitas en el estudio.

3.4 Universo poblacional

La población sobre la cual dará cuenta esta investigación corresponde a la documentación que sobre competencias matemáticas, lineamientos y experiencias de mejoramiento en el área que se ha divulgado por PISA, MEN e ICFES.

A partir del método que se estableció como lo es la revisión documental, se ha determinado tomar una muestra representativa de libros, artículos, documentos oficiales, guías entre otros similares que den cuenta de lo establecido en la selección de categorías del 2009 a 2015.

3.5 Criterios de inclusión

Documento con rigor científico (publicaciones). Contenidos lineamientos, pruebas internacionales en matemáticas, experiencias significativas del área.

CAPITULO IV

En el cuarto capítulo se realiza el mapeo resultado de un estudio de documentos relacionados con las pruebas PISA y la educación en Colombia, posteriormente se realiza la matriz categorial partiendo de cinco categorías: competencia, evaluación, estándar, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Análisis y Resultados

4.1 Mapeo

TITULO	AÑO	AUTOR	TIPO DOCUMENTO	Criterios de aporte desde las PISA a los documentos nacionales. Identificación de influencia.
Lineamientos de calidad para las licenciaturas en educación	2014	MEN	Guía	<ul style="list-style-type: none"> -Revisar la calidad de los programas de formación inicial y permanente de maestros. -Reformular lineamientos para los programas de pregrado relacionados con la educación. -Reestructuración curricular teniendo en cuenta la fundamentación teórica, propósitos de formación, estrategias de interdisciplinariedad, uso de TICS en infraestructura.

Planes de mejoramiento ¿y ahora como mejoramos?	2004	MEN	Guía	<p>-Importancia de diseñar planes de mejoramiento con base a resultados de pruebas saber y PISA sin limitarse únicamente a las pruebas internas.</p> <p>-El análisis detallado de los resultados de las pruebas internas y externas corresponden a un herramienta fundamental de un plan de mejoramiento.</p> <p>-Involucrar a todos los entes de la institución en este tipo de procesos (gestión directiva, académica, comunitaria, administrativa).</p>
Como evaluar la competencias matemáticas de nuestros alumnos ESO	2006	ESO	Conferencia	<ul style="list-style-type: none"> - Selección de competencias para la unión Europea.
Estándares básicos de competencia	2008	MEN	Guía	<ul style="list-style-type: none"> - Definición de competencia matemática. - Formación de ciudadanos a través de las matemáticas.
Educación basada en competencias	2010	Yolanda Argudin Vásquez	Artículo	<p>La educación basada en competencias pretende dar respuestas a la sociedad de la información. El nuevo profesional no está preparado o no es consciente de los valores y habilidades que ha desarrollado y tampoco sabe cómo aplicarlos en su vida cotidiana, por esto es importante la formación por competencias para que el</p>

				estudiante se prepare para ser capaz de aplicar los conocimientos adquiridos en su entorno.			
Estándares básicos de competencias	2008	MEN	Guía	Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos. MEN(2008)			
Resultados de PISA 2012: estudiantes y dinero	2014	OCDE	Artículo	Se debe incentivar la formación en educación financiera y buscar escenarios que se relacionen con situaciones de la realidad de los estudiantes.			
Ciudadanos matemáticamente competentes	2014	MEN	Guía	Se presentan una serie de elementos característicos que según PISA (ver figura 1). Contribuyen a mejorar los desempeños en matemáticas obtenidos por los estudiantes que presentaron la prueba. Algunos de ellos son:			
				<table border="1"> <tr> <td>A nivel de los estudiantes</td> <td>A nivel de las escuelas</td> <td>A nivel de las políticas educativas</td> </tr> </table>	A nivel de los estudiantes	A nivel de las escuelas	A nivel de las políticas educativas
A nivel de los estudiantes	A nivel de las escuelas	A nivel de las políticas educativas					

				<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Alta motivación y gusto por aprender matemáticas. <input type="checkbox"/> Percepción de que el aprendizaje de las matemáticas es útil para la vida. <input type="checkbox"/> Confianza en la capacidad para aprender matemáticas (PISA encontró que los hombres tienen creencias más positivas que las mujeres). <input type="checkbox"/> Percepción de tener capacidad para manejar gran cantidad de información, buscar explicación para las cosas, relacionar hechos y gusto por resolver problemas complejos. <input type="checkbox"/> Exposición de los estudiantes a problemas matemáticos diversos. <input type="checkbox"/> Altas expectativas de los padres hacia los desempeños de sus hijos. <input type="checkbox"/> Asistencia regular y puntual a las clases. <input type="checkbox"/> Haber asistido a preescolar. En Colombia, los alumnos que asistieron a programas de educación inicial por más de un año obtuvieron 34 puntos más en la prueba de matemáticas que aquellos que no lo hicieron. Esta diferencia equivale a aproximadamente un año de 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Contar con docentes de matemáticas bien preparados y en cantidad suficiente. <input type="checkbox"/> Disponibilidad de recursos (en cantidad y calidad) para la enseñanza de las matemáticas. <input type="checkbox"/> Uso apropiado del tiempo escolar. <input type="checkbox"/> Gestión escolar eficiente: objetivos claros y compartidos por todos. <input type="checkbox"/> La repetición de cursos incide negativamente en los logros de los estudiantes; esto es aún más crítico entre aquellos en mayor vulnerabilidad. En Colombia, el 41% reportó haber repetido al menos un grado. 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Asignación de los mejores docentes a las escuelas que tienen estudiantes en situación de desventaja. <input type="checkbox"/> Apoyo a estudiantes y familias en situación de vulnerabilidad para garantizar la permanencia (subsidios, programas de alimentación y transporte escolar...) 	
--	--	--	--	--	--	---	--

				escolaridad.			
				Figura 2: Elementos característicos de la buenas prácticas según PISA 2012.			
Educación matemática crítica	2012	Paola Valero	Libro	<ul style="list-style-type: none"> - Formación de ciudadanos matemáticamente competentes con capacidades para plantear soluciones a problemáticas de la comunidad. - Generar una posición crítica frente al papel que han ejercido las matemáticas en la sociedad. - Conocer matemático, tecnológico y reflexivo 			
Hacia una filosofía de la educación matemática crítica	2008	Ole Skovsmose	Libro	<ul style="list-style-type: none"> - Ambientes de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta las referencias y las formas de organización de la actividad de los estudiantes. (Ver figura 3) 			

					<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2"></th> <th colspan="2">Formas de organización de la actividad de los estudiantes</th> </tr> <tr> <th>Paradigma del ejercicio</th> <th>Escenarios de investigación</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th rowspan="3">Tipo de referencia</th> <td>Matemáticas puras</td> <td>(1)</td> <td>(2)</td> </tr> <tr> <td>semirrealidad</td> <td>(3)</td> <td>(4)</td> </tr> <tr> <td>Situaciones de la vida real</td> <td>(5)</td> <td>(6)</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>Figura 3: Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Skovsmose (1998)</i></p>			Formas de organización de la actividad de los estudiantes		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación	Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)	semirrealidad	(3)	(4)	Situaciones de la vida real	(5)	(6)
		Formas de organización de la actividad de los estudiantes																			
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación																		
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)																		
	semirrealidad	(3)	(4)																		
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)																		
El reto es consolidar el sistema de calidad educativa	2010	Isabel Segovia, Helena Saavedra	Artículo	Sandoval (2010) menciona que para fortalecer la educación de una institución educativa se requiere de un alto sentido de pertenencia por parte de todos sus actores. Por otra parte hace referencia a la implementación de un sistema de evaluación articulado con el desarrollo de competencias y con sistemas de evaluación nacionales e internacionales.																	
La importancia de compararse globalmente	2010	Andreas Klaus Reinhold Schleicher	Artículo	El autor menciona que las comparaciones con sistemas educativos a nivel internacional ofrecen referencias para interpretar los resultados nacionales e identificar fortalezas y debilidades con el fin de buscar estrategias para optimizar el sistema educativo a través de la transformación de modelos.																	

Colombia que y como mejorar partir de de las pruebas PISA	2008	MEN	Artículo	<p>El documento hace referencia a que la mayoría de estudiantes colombianos solo demostró capacidad para identificar información y llevar a cabo procedimientos matemáticos rutinarios, siguiendo instrucciones directas y responder preguntas relacionadas con contextos conocidos.</p> <p>Según el autor en las escuelas colombianas solamente el 12% de los padres manifestó interés por el nivel académico de la institución de sus hijos a pesar de que la intensidad horaria es similar con otros países.</p> <p>También se mencionan otros factores como la insuficiencia de recursos educativos, la autonomía de las instituciones para seleccionar los docentes y la tendencia a agrupar a los estudiantes según sus habilidades.</p>
Todos los caminos conducen a PISA	2010	Pedro Gómez	Conversatorio	-Desde el año 2003 a 2012 PISA hace referencia al termino de competencia matemática, a partir de este año se habla de alfabetización matemática. (ver figura 4):

				<p>Alfabetización matemática • PISA 2012</p> <p>la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan.</p> <p>Figura 4: Alfabetización matemática. Pisa (2012)</p>
Plan decenal de educación 2006-2016	2011	MEN	Libro	<p>De este documento se destaca la propuesta en el apartado ¿Qué aprender y como evaluarlo? Las siguientes propuestas:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Rediseñar currículos a partir de la investigación pertinente a los contextos. -Producir los lineamientos curriculares, pedagógicos y didácticos, que permita fomentar procesos para una educación intercultural. -Reestructurar los planes de estudios como un mecanismo para revisar permanentemente los criterios de evaluación y promoción del estudiante. <p>En la construcción de este plan decenal se denota la resistencia de los actores</p>

				de la educación colombiana (directivos y docentes) debido a la experiencia vivida por la implementación de decreto de evaluación 230 el cual pretendía implementar políticas internacionales como evitar la reprobación de estudiantes lo cual no fue procedente debido al contexto social del momento.
Llegó el momento de Colombia en las pruebas PISA	2015	MEN	Artículo	<p>Esta publicación muestra toda la logística y explica someramente como las políticas y los entes encargados de aportar la información para la selección aleatoria de las instituciones participantes en la prueba PISA. Se destaca el interés del MEN y el ICFES por implementar el modelo de prueba digital contribuyendo con infraestructura y equipos.</p> <p>Entre el año 2006 a 2015 se destaca un incremento aproximado del 300% de la participación de estudiantes en las pruebas.</p> <p>El país espera como resultados para la prueba 2015:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Las pruebas se realizarán completamente en computador lo cual impone un desafío importante frente a las competencias digitales de los estudiantes. 2. Este año el énfasis se hará en ciencias, por lo cual, un mayor número de

				<p>preguntas serán de esta área. La visión de la alfabetización científica, que es el fundamento para esta evaluación internacional, se centra en responder a la pregunta: ¿Qué es lo importante que la gente joven conozca, valore y sea capaz de hacer en situaciones que involucran ciencia y tecnología?</p> <p>3. Este año la OCDE incorporó a las pruebas un módulo de solución de problemas de forma colaborativa con preguntas interactivas. A diferencia de la solución de problemas individual, la colaborativa implica que grupos de personas combinen sus conocimientos y esfuerzos y trabajen juntos en la resolución de situaciones problemáticas.</p>
<p>Sistema nacional de evaluación estandarizada.</p> <p>Alineación del examen saber 11</p>	2013	MEN	Guía	<p>Como parte del diseño y desarrollo de los instrumentos de evaluación estandarizada, se han realizado estudios y análisis de las pruebas y de sus resultados, con el fin de ajustarlos de acuerdo con los propósitos del examen.</p> <p>Se mencionan a continuación:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estudio de la capacidad predictiva de la prueba SABER 11° y las pruebas genéricas de SABER PRO en el desempeño académico en la educación superior El propósito de este estudio fue evaluar la capacidad

				<p>que tienen el examen de Estado SABER 11° y las pruebas genéricas de SABER PRO para predecir los resultados que obtienen los estudiantes que ingresan a la educación superior por primera vez, durante los cuatro primeros semestres de su formación profesional.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Análisis comparativo de los estándares básicos de educación media y de los contenidos del examen SABER 11° actual orientado hacia el ajuste o diseño de las especificaciones de las diferentes pruebas Este proceso se desarrolló entre 2009 y 2010 en tres fases. La primera consistió en la elaboración de especificaciones bajo el modelo basado en evidencias en las áreas de Matemáticas, Lenguaje, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales; la segunda fue la validación con expertos nacionales; y la tercera fue la validación con docentes en ejercicio de distintas regiones del país. - Análisis comparativo de los exámenes internacionales y de las especificaciones del actual examen SABER 11° orientado hacia su alineación - Informe del Banco Mundial – Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) “El informe proporciona un análisis de
--	--	--	--	---

				<p>los logros de la última década y los desafíos a los que se enfrenta Colombia en su intento por ofrecer un sistema de clase mundial a sus ciudadanos, a la luz del contexto económico, social y político del país. El informe ofrece un estudio profundo y recomendaciones sobre el acceso y la equidad, la pertinencia del sistema, su gobernabilidad y gestión, la investigación y el desarrollo y su financiación”. (OCDE 2012).</p>
--	--	--	--	---

Luego de realizar el análisis en el mapeo se obtienen las categorías a partir de la frecuencia con que se presentaban dentro del estudio. Las cuales corresponde a competencia, evaluación, estándar, aprendizaje de las matemáticas y didáctica de las matemáticas estas dan lugar a realizar un contratos entre las propuestas de PISA y las políticas educativas de Colombia.

4.2 Matriz categorial

CATEGORÍA	IDEAS CLAVES	RESIGNIFICACIÓN
Competencia	Para PISA actualmente competencia se refiere a: <i>“La capacidad del individuo para formular, emplear e</i>	-La educación en Colombia desde los lineamientos

	<p><i>interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan” (OCDE, 2013).</i></p> <p>Según el MEN (2008) una definición de competencia matemática que atiende a esta doble dimensión, como "un saber hacer flexible que relaciona conocimientos matemáticos, habilidades, valores y actitudes que permite formular, resolver problemas, modelar, comunicar, razonar, comparar y ejercitar procedimientos para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido en un contexto determinado".</p>	<p>plantea la educación por competencias de manera similar a lo planteado por la OCDE enfatizando la importancia de la enseñanza en matemáticas por contextos con el fin de que el estudiante le de mayor significado a lo aprendido.</p> <p>-Desde PISA y el MEN se plantean algunos procesos afines como lo son: razonar, comunicar y formular.</p> <p>-En la definición de competencia desde el MEN se plantea encaminada en el saber hacer mientras que en PISA mencionan el papel de las matemáticas para el desarrollo de pensamiento crítico y reflexivo.</p> <p>- PISA plantea la formación de ciudadanos a través de las matemáticas, en Colombia se menciona en</p>
--	---	---

		<p>los lineamientos pero no se evidencia en la definición de competencia.</p> <p>-Desde PISA la formación en matemáticas va más allá de un contexto inmediato, se requieren competencias para reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo. En Colombia a partir de su definición se ha encaminado a establecer únicamente la enseñanza desde situaciones cercanas que en algunos momentos alejan a los estudiantes de un contexto mundial.</p>
Evaluación	En la prueba de matemáticas en Colombia se definen tres competencias que recogen los elementos centrales de los procesos de pensamiento que se describen en los Estándares básicos de competencias: interpretación y	-Colombia evalúa tres tipos de competencia: interpretación y representación, formulación y ejecución, argumentación. PISA evalúa siete grupos

	<p>representación; formulación y ejecución; y argumentación.</p> <p>A. Interpretación y representación: Esta competencia consiste en la habilidad para comprender y transformar la información presentada en distintos formatos como tablas, gráficos, conjuntos de datos, diagramas, esquemas, etcétera, así como la capacidad de utilizar estos tipos de representación para extraer de ellos información relevante que permita, entre otras cosas, establecer relaciones matemáticas e identificar tendencias y patrones. Con el desarrollo de esta competencia, se espera que un estudiante manipule coherentemente registros, entre los cuales pueden incluirse el simbólico, el natural, el gráfico y todos aquellos que se dan en situaciones que involucran las matemáticas.</p> <p>B. Formulación y ejecución: Esta competencia se relaciona con la capacidad para plantear y diseñar estrategias que permitan solucionar problemas</p>	<p>de procesos o tipos de competencia: razonar, argumentar, construir modelos, representar, calcular, resolver y comunicar. Esto nos lleva a pensar que aunque Colombia ha realizado desde las pruebas saber una alineación con las pruebas PISA, aún no se evidencian los resultados en las pruebas internacionales posiblemente porque a pesar de las reformas en lineamientos y estándares no han trascendido al aula.</p> <p>-En la prueba saber las preguntas se establecen haciendo una relación directa entre los pensamientos y las competencias, en cada problema es posible identificar un pensamiento y una competencia. La prueba en PISA plantea a partir de una única pregunta la identificación de varios grupos de procesos y pensamientos.</p> <p>-Diferencia en la forma de interpretar los resultados desde las pruebas PISA y las pruebas saber. Pisa</p>
--	--	---

	<p>provenientes de diversos contextos, bien sean netamente matemáticos o del tipo de aquellos que pueden surgir en la vida cotidiana y son susceptibles de un tratamiento matemático. Se relaciona también con la habilidad o destreza para seleccionar y verificar la pertinencia de soluciones propuestas a problemas determinados, y analizar desde diferentes ángulos estrategias de solución. Con el desarrollo de esta competencia, se espera que un estudiante diseñe estrategias apoyadas en herramientas matemáticas, proponga y decida entre rutas posibles para la solución de problemas, siga las estrategias para encontrar soluciones y finalmente resuelva las situaciones con que se enfrente. C. Argumentación Esta competencia se relaciona con la capacidad para validar o refutar conclusiones, estrategias, soluciones, interpretaciones y representaciones en situaciones problemáticas, dando razones del porqué, o del cómo se llegó a estas, utilizando ejemplos y contraejemplos, o bien señalando y</p>	<p>ubica a cada uno de los estudiantes en un nivel de competencia de acuerdo a la respuesta y en Colombia las pruebas saber presentan resultados muy generales a través de un valor cuantitativo.</p> <p>- Debido al esfuerzo de las instituciones educativas por mejorar los resultados de las pruebas nacionales, se ha caído en la dinámica de preparar a los estudiantes para responder a las pruebas desde los primeros grados de la educación considerando esta cómo la estrategia más viable para alcanzar buenos resultados, preparación realizada por entidades externas a las instituciones. La prioridad es mejorar resultados a nivel institucional dejando en segundo plano la formación de ciudadanos matemáticamente competentes.</p> <p>- Algunas instituciones en su afán por obtener buenos resultados en las pruebas saber seleccionan a estudiantes con mejores desempeños excluyendo</p>
--	--	---

	<p>reflexionando sobre inconsistencias presentes. Con el desarrollo de esta competencia se espera que un estudiante justifique la aceptación o el rechazo de afirmaciones, interpretaciones, y estrategias de solución basándose en propiedades, teoremas o resultados matemáticos, o verbalizando procedimientos matemáticos.</p> <p>Según PISA (2008) la organización elabora sus propias preguntas inspirándose en diferentes situaciones de la vida del ciudadano. Tiene en cuenta el contexto de vida personal (aficiones, actividades propias de la edad), el contexto de vida educacional y ocupacional (intercambios, viajes, relaciones), el contexto público (cumplimiento de sus obligaciones, participación en asuntos sociales) y el contexto científico (participar en los asuntos más complejos que le atañen como ciudadano del mundo). En cada problema o pregunta se deberán articular los diferentes procesos cognitivos básicos: razonar, argumentar, construir modelos, representar, calcular,</p>	<p>a niños, niñas y jóvenes que posiblemente no van a mostrar niveles de competencia esperados. Se está negando el derecho a la educación y a la igualdad debido al status que se le ha venido dando a los resultados de las pruebas y a una serie de estímulos económicos propuestos por el MEN a quienes alcancen metas mínimas anuales que aunque consideran otros componentes, siguen ubicando a instituciones de acuerdo a sus puntajes obtenidos mediante el ISCE. (Índice sintético de calidad educativa).</p>
--	--	---

	<p>resolver y comunicar para llegar a la solución, pero se hará con diferente grado de profundidad.</p> <p>Descripción de la escala de competencia matemática (2003-2009) según PISA.</p> <p>Nivel En el nivel 6 los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas, formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, interpretaciones,</p>	
--	--	--

	<p>argumentos y su adecuación a las situaciones originales.</p> <p>En el nivel 5, los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.</p> <p>En el nivel 4, los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar</p>	
--	--	--

	<p>diferentes representaciones, incluidas las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real.</p> <p>Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y con cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.</p> <p>En el nivel 3, los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Los alumnos de este nivel saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Son también capaces de elaborar breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.</p> <p>En el nivel 2, los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que solo requieren una inferencia</p>	
--	--	--

	<p>directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo representacional.</p> <p>Los alumnos de este nivel pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales.</p> <p>Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.</p> <p>En el nivel 1, los alumnos saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.</p>	
Estándar	Según MEN (1997) son criterios claros y públicos que permiten conocer lo que deben aprender los niños, niñas y jóvenes, y establecen el punto de referencia de lo que	Desde el año 2006 el MEN propone los estándares básicos de competencia en Matemáticas que

	<p>están en capacidad de <i>saber y saber hacer</i>, en cada una de las áreas y niveles. Son guía referencial para que todas las instituciones escolares, urbanas o rurales, privadas o públicas de todo el país, ofrezcan la misma calidad de educación a los estudiantes de Colombia.</p> <p>Los Estándares de Competencias Básicas son criterios claros y públicos que permiten establecer los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen derecho los niños y las niñas de todas las regiones del país, en todas las áreas que integran el conocimiento escolar.</p> <p>En los estándares básicos de calidad se hace un mayor énfasis en las competencias, sin que con ello se pretenda excluir los contenidos temáticos. No hay competencias totalmente independientes de los contenidos temáticos de un ámbito del saber -qué, dónde y para qué del saber-, porque cada competencia requiere conocimientos, habilidades, destrezas, comprensiones, actitudes y disposiciones específicas para su desarrollo y dominio. Sin el conjunto de ellos no se puede valorar si la persona es realmente competente en el ámbito seleccionado. La noción actual de competencia abre, por tanto, la</p>	<p>pretenden unificar los criterios de enseñanza e incluir el concepto de competencia en el campo educativo buscando con esto brindar una educación integral no limitada al sujeto cognitivo. El documento establece el nivel de competencia de los estudiantes por niveles a partir de los pensamientos matemáticos que deben tener todos los niños, niñas y jóvenes del país.</p> <p>-La concepción que tienen algunos docentes sobre los estándares básicos de competencia está sesgada debido a que lo ven como un estándar asociado únicamente a un contenido dejando de lado las competencias propuestas en los mismos. Esto los conduce a proponer de manera frecuente cambios en lineamientos curriculares en los documentos institucionales sin llevar a cabo un estudio detallado y reflexivo de las propuestas del MEN.</p>
--	--	--

	<p>posibilidad de que quienes aprenden encuentren el significado en lo que aprenden.</p> <p>Según la UNESCO (1997) los estándares son Los estándares son construcciones (constructos teóricos) de referencia que nos son útiles para llevar adelante acciones en algún ámbito determinado. Estos constructos son elaborados y acordados entre personas con el conocimiento y la autoridad para hacerlo. Son informaciones sistematizadas y disponibles que nos dan una sensación de seguridad en nuestro accionar cotidiano, en el sentido de que tenemos confianza de que lo que esperamos que vaya a ocurrir, efectivamente ocurrirá.</p>	
Aprendizaje de las matemáticas	Según Florez (s.f) Las tendencias conductuales (asociacionistas) sobre el aprendizaje matemático consideran que aprender es cambiar conductas, insisten en destrezas de cálculo y dividen estas destrezas en pequeños pasos para que, mediante el aprendizaje de destrezas simples se llegue a aprender secuencias de destrezas más	

	<p>complejas. Las interpretaciones cognitivas (estructuralistas) del aprendizaje matemático, en oposición, consideran que aprender matemáticas es alterar las estructuras mentales, e insisten en el aprendizaje de conceptos. Dada la complejidad de los conceptos, el aprendizaje no puede descomponerse en la suma de aprendizajes más elementales, sino que se origina partiendo de la resolución de problemas, o de la realización de tareas complejas.</p> <p>De la misma manera Flores (s.f) hace referencia a los principios básicos de Dienes para el aprendizaje de las matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none">- El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas.- La forma en que los aprendices puedan llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante	
--	--	--

	<p>un proceso de abstracción que requiere de modelos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los alumnos. - Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los alumnos es mediante el aprendizaje por descubrimiento. - No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los alumnos 	
Didáctica de las matemáticas	<p>Según (Pochulu M y Rodríguez M, 2012) diversos autores del campo de la educación matemática han generado aportes en cuanto a los conocimientos didáctico-matemático del profesor. Las autoras presentan un esquema sobre el conocimiento matemático para la enseñanza desde Hill et al (2008) como se muestra en la figura 5</p>	<p>Actualmente no es suficiente saber matemáticas, también es importante que los docentes presenten nuevos comportamientos y actitudes a nivel profesional hacia los estudiantes. Conocimientos y habilidades pedagógicas flexibles teniendo en cuenta las situaciones y contextos educativos; es importante lograr un equilibrio entre los conocimientos específicos y los conocimientos didácticos del área.</p> <p>De la misma manera se espera que el docente logre</p>

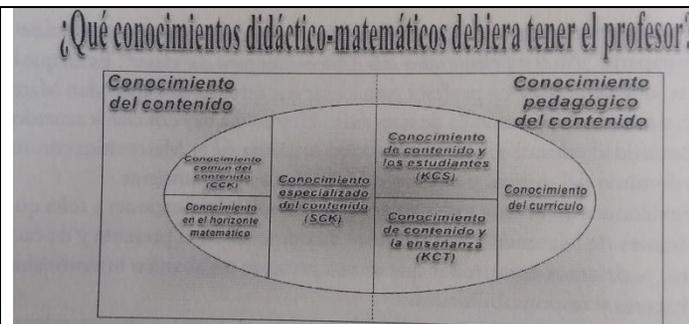


Figura 5. Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) (Ball, Hill y Schilling, 2008)

Según (Pochulu M y Rodríguez M, 2012) los tipos de conocimiento que debe tener un docente son:

-*Conocimiento común del contenido*: El utilizado para resolver problemas matemáticos.

-*Conocimiento especializado del contenido*: Secuencia y ordenamiento que debe darse a la hora de trabajar un contenido específico.

-*Conocimiento en el horizonte matemático*: El que aporta perspectiva a los profesores para su trabajo y responde a cuestiones como: ¿Puede tener consecuencias matemáticas conflictivas algo que se ha dicho de manera

involucrar y motivar a los estudiantes a través de ambientes enriquecedores que fortalezcan no solamente aspectos cognitivos, también sociales y emotivos con el fin de formar sujetos críticos y reflexivos.

También se deben considerar el diseño de modelos que se adapten a las condiciones de aprendizaje en Matemáticas que cambian de manera constante.

Como docentes debemos conocer los enfoques, líneas de investigación, concepciones y bases filosóficas de la didáctica de las matemáticas.

Muchos investigadores han propuesto estudios con el propósito de fortalecer procesos de enseñanza y aprendizaje.

	<p>explícita o implícita? ¿Es esto interesante desde el punto de vista matemático? ¿Hay alguna desviación de las ideas matemáticas trazadas?</p> <p><i>-Conocimiento del contenido y los estudiantes:</i> Conocimiento del contenido vinculado con el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben o aprenden un contenido particular, de los errores, dificultades, concepciones erróneas y estrategias utilizadas que pueden dar indicios de la comprensión y evolución del razonamiento matemático.</p> <p><i>-Conocimiento del contenido y la enseñanza:</i> Unión entre el conocimiento de las matemáticas y el conocimiento de la enseñanza de dicha disciplina.</p> <p>Por otra parte (Pochulu M y Rodríguez M, 2012) presentan algunas líneas y enfoques teóricos de la didáctica de la matemática que se han venido desarrollando y que aportan nuevas perspectivas a los</p>	
--	---	--

docentes. (Ver figura 6).

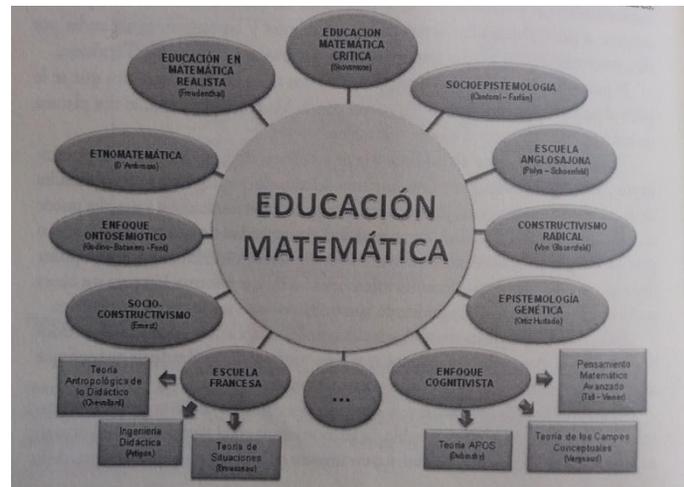


Figura 6: Líneas y enfoques teóricos de la Didáctica de la matemática.

4.3 Propuesta

A continuación se muestra una propuesta de actividades y reflexiones cuyo objetivo va encaminado a la formación de ciudadanos matemáticamente competentes basada en la perspectiva de la educación matemática crítica por Skovsmose (1998).

Según Valero (2012) citado por Navarrete E. (2015), hace referencia a que el reconocer que la formación matemática de un ciudadano es de fundamental importancia para la vida democrática de la sociedad, abrió espacios para considerar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas que resaltan su conexión con muchos fenómenos sociales y políticos dentro y fuera del aula. Debido a esto, es importante considerar que los fines de la educación matemática ya no están condicionados por una visión de las matemáticas como cuerpo estable de verdades absolutas en donde sólo se le da prioridad a los contenidos, las definiciones, las propiedades y los procedimientos con el fin de desarrollar únicamente el pensamiento lógico y generar conocimientos matemáticos.

Como lo menciona Skovsmose (1999) citado por Navarrete E. (2015) en una situación educativa de las matemáticas escolares debería darse una negociación entre el profesor y los estudiantes sobre las intenciones y disposiciones de cada uno. Esta negociación no puede darse sin el *montaje de un escenario* referente a la acción intencionada del profesor para construir una situación en la que “*el proceso educativo pueda encarnarse para dar un significado a las actividades individuales que los niños deben realizar*”.

Por esto Skovsmose (1999) propone un *escenario de investigación* que corresponde a una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación, invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones, a involucrarse

en un proceso de exploración que puede generar un nuevo ambiente de aprendizaje, en este escenario son los estudiantes los que están al mando ya que este solo se constituye si ellos aceptan la invitación pues para todos no puede llegar a ser atractiva pero también depende del profesor. Debe posibilitar que los niños encuentren motivos para las diferentes actividades y que verbalicen los tipos de competencia que pueden desarrollarse.

Además de los referentes teóricos desde la perspectiva de la educación matemática crítica también se deben considerar algunos en torno a la política educativa en Colombia y que debemos tener en cuenta cómo profesores al momento de desarrollar nuestras prácticas educativas en las instituciones.

Además de lo mencionado en relación a los propósitos de la Educación matemática se debe considerar lo establecido por el MEN (2008) sobre la organización de currículos centrados en el desarrollo de competencias matemáticas en las que se involucren los procesos de: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Además de relacionarse con estos cinco procesos, se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático el cuál se subdivide en los cinco tipos de pensamientos propuestos por los lineamientos curriculares, *pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.*

Para el diseño y montaje de este tipo de escenarios de aprendizaje, el docente debe reflexionar en torno a:

El tema debe ser conocido por los estudiantes, debe ser posible de describir en términos no matemáticos, pertenecer a situaciones cotidianas de los niños, deber ser posible de explicar no solo con el desarrollo de todo el contenido temático, se puede hacer uso de términos y conceptos de otras áreas del conocimiento.

Los estudiantes deben poder acceder al contenido desde diferentes niveles y pueden desarrollar el tema desde sus habilidades sin que se presente algún tipo de clasificación, lo cual lleva a plantear tareas diversificadas que permiten involucrar a los estudiantes a partir de sus gustos y habilidades. El tema no está ubicado en algún nivel específico de dificultad, posee un valor por sí mismo, no es una introducción a una parte nueva de la teoría matemática y el trabajo con el tema da lugar a ideas sobre dónde y cómo usar las matemáticas.

A continuación se proponen algunas actividades que se mueven por los distintos ambientes de aprendizaje:

ACTIVIDAD No. 1

¿SOBREVIVIRIAS CON UN SALARIO MÍNIMO?

Objetivo: Interpretar información en una situación real y adquirir herramientas para contribuir a la formación de ciudadanos que comprenden su entorno.

Presentación.

Todos los años los Colombianos están a la expectativa de cuánto es el aumento en el salario mínimo, el cual debe cubrir las necesidades básicas (alimentación, vivienda, salud y educación) de las personas.

Al finalizar cada año, se reúnen representantes del gobierno, de los empresarios y de los trabajadores para definir el aumento del salario mínimo para el siguiente año, teniendo en cuenta la inflación presentada durante el año. A este salario mínimo también adicionan el subsidio de transporte al cual tienen derecho las personas que ganan hasta dos salarios mínimos legales.

En la siguiente imagen se observan los salarios mínimos desde el año 2006 hasta 2016.



Año	Salario mínimo	Auxilio de transporte
2006	408.000	47.700
2007	433.700	50.800
2008	461.500	55.000
2009	496.900	59.300
2010	515.000	61.500
2011	535.600	63.600
2012	566.700	67.800
2013	589.500	70.500
2014	616.000	72.000
2015	644.350	74.000
2016	689.455	77.700

1. Compara cada año el aumento en el salario mínimo desde el año 2006 al año 2016.

Completa la tabla

Años de comparación	Salario Mínimo		Subsidio de Transporte	
	Aumento \$	Porcentaje %	Aumento \$	Porcentaje %
2006 – 2007				
2007 – 2008				

2008 – 2009				
2009 – 2010				
2010 – 2011				
2011 – 2012				
2012 – 2013				
2013 – 2014				
2014 – 2015				
2015 – 2016				

2. ¿Cuáles preguntas y análisis podrían hacerse respecto de los datos en esta tabla?

Comparar con el valor del dólar (US) los años 2015 y 2016, teniendo en cuenta que el dólar cuesta \$3.300 hoy. ¿Qué diferencia nota?

3. ¿Conoce los descuentos que hacen del sueldo de sus padres? ¿Cuáles son? Muestra los cálculos en la siguiente tabla

Concepto de Descuento	Valor (\$)	Forma $\frac{a}{b}$	Porcentaje %

--	--	--	--

4. Una familia que tiene como ingresos dos salarios mínimos y conformada por 5 personas (Papá, Mamá y tres hijos); gasta cada mes la cuarta parte en arriendo, la quinta en servicios, la mitad en alimentación. Construya una tabla donde relacione el valor y el porcentaje en cada gasto y responda: ¿Qué necesidades básicas cree que le quedan por cubrir a esta familia? ¿qué necesidades puede recortar esta familia?
5. ¿Maneja las matemáticas en la economía del hogar? Explica.
6. Una persona que vive en Cajicá, se traslada todos los días a su trabajo se encuentra ubicado en Bogotá de lunes a sábado, con un sueldo mínimo mensual; para transportarse debe tomar Transmilenio hasta el centro de la ciudad. ¿Cuál es su gasto mensual en solo transporte?. ¿Es suficiente el subsidio de transporte?.

ACTIVIDAD No. 2

¿QUÉ SABES SOBRE LA CANASTA FAMILIAR?

Objetivo: Interpretar información en una situación real y adquirir herramientas para contribuir a la formación de ciudadanos que comprenden su entorno.

La canasta familiar es la cantidad de alimentos y [productos](#) básicos que necesita una familia promedio para vivir de forma saludable o al menos, con la [calidad](#) mínima. Esta se [usa](#) para determinar el costo de la vida de una familia promedio. Existen dos aspectos con los cuales la

canasta familiar se encuentra íntimamente relacionada, los sueldos generales de las personas y el IPC ((Índice de Precios al Consumidor).

En la actualidad la canasta familiar colombiana¹ fija está conformada por 405 artículos, repartidos entre los siguientes rubros: Alimentos, Vivienda, Vestuario, Salud, Educación, Cultura y Esparcimiento.

Un buen ejercicio en referencia al costo que cada uno de nosotros genera dentro del núcleo familiar es realizar el cálculo de los gastos que cada integrante del hogar genera. En este sentido sólo tendremos en cuenta gastos como: alimentación, transporte, educación, arriendo y servicios públicos.

Para realizar el estimativo del costo de vida de tu familia, debes tener en cuenta:

¿Por cuántas personas está conformada tu familia?

Estimar el gasto diario de cada persona que conforma tu familia

Tener claro los precios de productos para realizar estimativo del costo de vida.

ACTIVIDAD

Completar la tabla teniendo en cuenta cada integrante de tu familia.

¹ Recuperado el 12 de diciembre de 2014 del URL: <http://inflacion.com.co/canasta-familiar.html>

Con base a la tabla anterior, completa los siguientes datos según el gasto por persona:

INDIVIDUO	Gasto diario	semanal (7)	Gasto mensual(30)	Gasto anual (360)
TOTAL				

El [salario mínimo](#) para el 2016 es de \$689.400 según lo ha establecido el Gobierno Nacional
 ¿Cuánto dinero debe ingresar a tu casa mensualmente, expresado en términos de salario mínimo para sostener tu familia?

SALARIO MINIMO MENSUAL	GASTO MENSUAL FAMILIAR	CANTIDAD EXPRESADA EN SALARIOS MINIMOS
<u>\$689.400</u>		

Es posible según el ejercicio anterior, que una familia pueda vivir con un salario mínimo?

Justifica tu respuesta.

CONCLUSIONES Y DISCUSIONES FINALES

Pese a que la hipótesis que como investigador me llevó al desarrollo de este trabajo versaba en el desconocimiento de los marcos referenciales y resultados de las pruebas internacionales por parte del Estado Colombiano en cuanto a las directrices para la enseñanza de la matemática, fue valioso desmentir dicha variable para vislumbrar que sí hay una influencia de los documentos PISA en los lineamientos curriculares establecidos por el MEN; esta relación es tácita toda vez que los documentos consultados no hacen referencia a dichas pruebas en algunos casos.

El MEN ha venido buscando estrategias para fortalecer la calidad de la educación teniendo en cuenta los resultados de las pruebas PISA desde el año 2006 a pesar de que no se ha evidenciado un mejoramiento significativo en los resultados de dichas pruebas internacionales. Esto se debe posiblemente a que:

“Son tres los aspectos que debe abordar el docente en su quehacer profesional: manejo de su campo disciplinar, conocimiento pedagógico y didáctico, discernimiento sobre las políticas públicas nacionales y transnacionales. Los docentes Colombianos nos hemos preocupado por los dos primeros. Se desconocido la importancia de las políticas y no son estudiadas ni analizadas. Hay un desconocimiento sobre política y las críticas que se realizan en muchos casos son sin conocimiento de causa o análisis de poca profundidad”. (Díaz, 2012).

A partir de este estudio se observa que algunos docentes no conocen plenamente las políticas educativas que orientan la educación matemática en el país, sus reformas, teorías y pretensiones lo cual no permite que se maneje un lenguaje común y que se conozcan las intenciones de la educación matemáticas para la formación de ciudadanos competentes.

Así mismo los estudiantes que terminan su proceso de pregrado en licenciatura en matemáticas dan mayor prioridad a aspectos cognitivos relacionados con las matemáticas puras, se deben buscar situaciones que los lleve a reflexionar sobre la enseñanza de las mismas tales como la didáctica y la pedagogía.

Por otra parte, las instituciones educativas deben revisar de manera más detallada los resultados de las pruebas internacionales y nacionales para proponer planes de mejoramiento encaminados a mejorar procesos y competencias propias del área. Según Diaz (2015), las instituciones educativas en algunos casos se quedan en un discurso vacío alejado de la realidad, lo cual termina en la disyuntiva de lo que se dice frente a lo que se hace. Esto ha terminado con la pérdida de la credibilidad en las instituciones llámese MEN o instituciones de educación en todos sus niveles.

A su vez es importante que la comunidad educativa conozca las pruebas PISA, los aportes que le puede brindar a la educación debido a que el país ya hace parte de la OCDE y se debe asumir una posición crítica y reflexiva en torno a esta situación.

La prioridad de la educación es la formación por competencias pero aún hay muchos niños, niñas y jóvenes que no saben aplicar lo que aprenden en la escuela para su vida diaria. Esto me lleva a pensar que aun cuando se han realizado cambios en los lineamientos y estándares en cuanto a la finalidad de la educación estos no han permeado en el aula quizá porque se desconocen las reformas y teorías que se han venido presentado para fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

De la misma forma, los estándares básicos de competencias orientan la formación por competencia teniendo en cuantos procesos, pensamientos y contextos. Sin embargo el documento

aun se sigue utilizando únicamente para extraer contenidos que dan lugar diversas interpretaciones de la competencia matemática.

Para formar estudiantes matemáticamente competentes se deben buscar escenarios que se relacionen con situaciones sociales relevantes para los estudiantes desde el micro y el macro contextos. Según PISA (2012), desde el año que Colombia empezó a presentar las pruebas PISA no se ha superado el nivel 1 y 2 de competencias en matemáticas:

“...los alumnos reconocen situaciones en contextos que solo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo representacional. Utilizan algoritmos formulas, procedimientos elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directo. De los 6 niveles establecidos por PISA solo hemos llegado al nivel 2”Pisa (2012)

PISA presenta con los resultados de las pruebas una serie de elementos que pueden contribuir al mejoramiento de desempeños en matemáticas distribuidos en tres niveles; estudiantes, padres y políticas educativas (ver figura 1). Estos elementos deberían ser conocidos y estudiados, por la comunidad educativa con el fin identificar algunas necesidades en cuanto a procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte, actualmente hay muchas teorías, investigaciones y estudios sobre la formación de ciudadanos matemáticamente competentes. La teoría de la educación matemática crítica nos amplia la visión de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas encaminado a solucionar situaciones sociales relevantes para los estudiantes a través del diseño y montaje de escenarios que se mueven en 6 ambientes de aprendizaje propuestos por Skovsmose (1998) (ver figura 3).

De la misma manera Navarrete 2015 afirma que:

“El aprendizaje no debe estar limitado al sujeto cognitivo debido a que con el saber se busca homogenizar creyendo que la cultura en la clase es la misma, que el aprendizaje se da de manera individual y está regulado únicamente por lo epistémico. Varias teorías como la educación matemática crítica consideran que el aprendizaje no solo se basa en el saber, los estudiantes son personas con valores que están relacionados con otros seres y pueden llegar a construir con el otro reconociendo la diferencia, escuchando otras voces

y conciencias para la formación de individuos críticos y reflexivos capaces de buscar soluciones a problemáticas reales de su comunidad en donde se encuentran escondidas las matemáticas” (Navarrete, 2015).

Además Klaus (2010), menciona que las comparaciones con sistemas educativos a nivel internacional ofrecen resultados para identificar fortalezas y debilidades con el fin de buscar estrategias para optimizar el sistema educativo. En Colombia desde el año 2012 surge el programa PTA (programa todos a aprender) con el objetivo de fortalecer procesos de formación en matemáticas y lenguaje a través del acompañamiento y seguimiento a docentes, directivos, padres y estudiantes de instituciones educativas que presentan bajos resultados en las pruebas saber. A partir de este programa se han venido implementando una serie de actividades encaminadas a generar reflexiones y establecer compromisos para mejorar la calidad educativa (día E, día F, ISCE, prueba superate, DBA y HME). Este programa ya ha sido aplicado en otros países incluyendo algunos latinoamericanos.

Las instituciones deben generar discusiones en torno a los lineamientos establecidos por el MEN y su relación con las pruebas PISA. La comunidad educativa debe informarse y generar reflexiones en torno a las pruebas internacionales como los son PISA con el fin de conocer su influencia en la educación asumiendo y una posición crítica que le permita al individuo aceptarse como un sujeto que hace parte de un mundo sin fronteras y que esta proceso de globalización.

Gran parte de la comunidad educativa en el área de matemáticas presenta resistencia para conocer y vincular los resultados del análisis de PISA en los procesos de formación en el aula generando y una brecha entre la educación del país y las propuestas de enseñanza y aprendizaje a nivel internacional. Debido a que según Diaz (2012), los docentes Colombianos desconocemos la importancia de las políticas educativas, es importante que desde las instituciones encargadas de formar docentes se profundice y se dé igual importancia al campo disciplinar, al conocimiento

pedagógico y didáctico y al discernimiento sobre las políticas públicas nacionales y transnacionales haciendo que también se hagan partícipes en la toma de decisiones desde diferentes escenarios como los establecidos por el MEN en la ley 115 como los son los foros educativos, encuentros, redes, congresos entre otros.

De la misma manera se deben realizar procesos de formación constante a los docentes de todas las instituciones educativas no solo a las que presentan bajos resultados en las pruebas saber. Se deben realizar encuentros que vinculen a entidades con propuestas innovadoras y exitosas del sector público y privado, con la intención de conocer aspectos desde la didáctica de las matemáticas el campo disciplinar y las políticas educativas que lo rigen.

A su vez se deben establecer mecanismos que permitan a los docentes establecer claramente las competencias matemáticas de tal manera que en los procesos de enseñanza y aprendizaje se garanticen una verdadera formación por competencias. Actualmente existen diversos enfoques teóricos que permiten el desarrollo de competencias matemáticas tales como: la escuela francesa, el socio-constructivismo, enfoque ontosemiótico, etnomatemáticas, educación en matemática realista, educación matemática crítica, escuela anglosajona, epistemología genética, constructivismo radical, enfoque cognitivista, entre algunos otros.

Según PISA (2012), Colombia no ha superado el nivel 1 y 2 de competencias en matemáticas, al revisar los lineamientos propuestos por el MEN se evidencia que las competencias de PISA en el nivel 3 y 4 se encuentran contempladas lo que me lleva a pensar que se deben fortalecer algunos procesos para llegar a estos niveles como lo son: ejecutar procedimiento propuestos, estrategias de solución de problemas sencillos, interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes

fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas, elaborar breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

A partir del año 2015 se ha venido implementando el proyecto “día E” cuyo objetivo es que cada una de las instituciones del país busque estrategias para mejorar la calidad educativa a partir de cuatro componentes propuestos por el MEN (eficiencia, desempeño, ambiente escolar y procesos) los cuales determinan el ISCE (índice sintético de calidad educativa) considerado como una herramienta que permite medir el trabajo de cada institución respondiendo las preguntas: ¿Cómo estamos?, ¿Cómo podemos mejorar?. El MEN ha generado a partir de esta propuesta una serie de incentivos a nivel económico para los colegios que alcancen su meta mínima anual propuesta también por el ministerio y que puede generar situaciones de mayor competitividad o desigualdad; alcanzar dichos resultados resumidos mediante un valor numérico, no garantiza que los estudiantes alcancen el nivel de competencia esperado para desempeñarse como un individuo activo dentro de la sociedad. Para saberlo se debe esperar un tiempo prudente que permita analizar y reflexionar realizando un seguimiento claro y transparente de dicho proceso.

A manera de cierre se considera necesario para la construcción de lineamientos encaminados a fortalecer procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la discusión, debate, reflexión y apropiación por parte de todos los actores que conforman la comunidad educativa. Esta investigación brinda una propuesta para el diseño y construcción de lineamientos desde la perspectiva de la educación matemática crítica y la educación por competencias en torno a mejorar en el área a nivel nacional y formar ciudadanos matemáticamente competentes.

Este trabajo tiene la intención de abrir una ventana a la reflexión en torno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas teniendo en cuenta las evaluaciones nacionales e internacionales

que se han venido implementando en Colombia y que a pesar de los cuestionamientos y críticas nos pueden orientar a una reconcepción del quehacer en el aula. Este proyecto deja una serie de cuestionamientos para aquellos que deseen continuar con procesos de investigación relacionados con la evaluación.

REFERENTES

Aristóteles, (1973). *Obras completas*. Madrid: Aguilar.

Alfonzo, I. (1994). *Técnicas de investigación bibliografía*. Caracas: contexto ediciones

Chevallard Y. (1995) Les processus de transposition didactique et leur théorisation, in ARSAC G. ET ALII (COORD.) (1994) — La transposition didactique à l'épreuve, Paris, La Pensée, Sauvage, 135 – 180.

Congreso de la República de Colombia. (8 de Febrero de 1994). *Ministerio de Educación Nacional*. Obtenido de Ley 115 de Febrero 8 de 1994: www.mineducación.gov.co/1621articles-85906_archivo.pdf.pdf

Diaz, W. (2012). El docente desde la construcción, ejecución y crítica de las políticas públicas educativas. *Delfos* , 16.

Díaz A. (2006).Las pruebas masivas: análisis de sus diferencias técnicas. *Revista mexicana de investigación educativa*, ISSN-e 1405-6666, Vol. 11, N°. 29, 2006, págs. 583-615

Gadamer, H. G. (1985). *Verdad y método: fundamentos de una hermenéutica filosófica*. Salamanca: Sígueme.

Gil y Sanz (2014). *PISA para Centros Educativos. Un proyecto internacional para el éxito escolar. Participación educativa*, Vol. 3, Nº. 4, 2014 (Ejemplar dedicado a: Escuelas de éxito. Características y experiencias), págs. 29-38

Goñi, J. (2008). *la evaluación de PISA y el currículo de matemáticas*. HYPERLINK "<http://ezproxy.umng.edu.co:2258/servlet/revista?codigo=378>" Cuadernos de pedagogía, ISSN 0210-0630, HYPERLINK "<http://ezproxy.umng.edu.co:2258/ejemplar/195753>" Nº 381, 2008, págs. 78-83.

Hernández, S. R. (1998). *Metodología de la investigación*. Cuarta edición. Mc Graw Hill. México.

ICFES. (2013). *Colombia en PISA 2012. Informe nacional de resultados. Resumen ejecutivo*. Bogotá: ICFES.

Icfes. (2013). *Alineación del examen saber11*. 2013: Sistema Nacional de Evaluación Entandarizada de la Educación.

INECSE. (2005). *Pruebas de Matemáticas y de solución de problemas PISA 2003*. Madrid, España: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.

Kaufman, A. M. y Rodriguez M. E.(2001). *La escuela y los textos*: Argentina: Santillana

Martin Gripenberg, Emilio Lizarte. (2012). El sistema educativo de Finlandia y su éxito en la prueba PISA. *Journal for educators, Teachers and Trainers*, 14-24.

Martínez, M. (2006). *La investigación cualitativa (síntesis conceptual)*. Revista IIPSI, ISSN 1560-909X, VOL 9 N° 1, 2006, págs. 123-146.

MEN Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (Enero- Marzo de 2006). *Altablero*.
Obtenido de Las distintas pruebas.: www.mineducacion.gov.co/1621/article-107522.html

MEN. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Obtenido de www.mineducación.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares matemáticas: MEN Bogotá Colombia*.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de España. (S.F.). *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*. Obtenido de Currículo en Primaria ESO y Bachillerato: <http://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/mc/lomce/el-curriculo/curriculo-primaria-eso-bachillerato/competencias-clave/ciencias.html>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de España. (S.F.). *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de España*. Obtenido de Competencias clave en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO): <http://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/areas-educacion/sistema-educativo/enseñanzas/educacion-secundaria-obligatoria/contenidos.html>

Morales, O. A. () *fundamentos de la investigación documental y la monografía*.

Navarrete E. (2015). Procesos de colexión y deliberación en ambientes de aprendizaje. ¿Cuánta agua gastamos? . Universidad Pedagógica Nacional.

OCDE. (2013). *Marcos y pruebas de evaluación PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias.*

Obtenido de PISA 2012 Assessment and Analytical Framework. Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy:
<http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d>

OCDE. (2015). *Mejores políticas para un avida mejor.* Mexico: OECD.

Oppenheimer, A. (2010). *¡Basta de Historias!. La Obsesión Latinoamericana con el Pasado y las Doce clave del Futuro.* . España: Editorial Debate.

Perez G. (1994). *Investigación cualitativa: retos e interrogantes.* La Muralla.

Pérez y Roa (2014). *Aproximación a los fundamentos de la prueba PISA-Lectura y algunas consideraciones en relación con la política curricular de Colombia. Pedagogía y saberes,* (Ejemplar dedicado a: Políticas educativas y evaluación masiva), págs. 23-35

PISA. (2012). *Marco de Matemáticas PISA.* Assessment and analytical framework.

PISA. (2013). *Marco de Matemáticas.* OECD.

Pochulu M y Rodríguez M. (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* Buenos Aires-Argentina: Editorial Universitaria Villa María.

Quintana, A. y Montgomery, W. (Eds.) (2006). *Psicología: Tópicos de actualidad.* Lima: UNMSM.

Sacristan J. (1991). *El curriculum: Una reflexión sobre la práctica*. Ediciones Morata. Madrid.

Schleicher, A. (18 de junio de 2015). *BBC*. Obtenido de *Cómo Hizo Vietnam para mejorar espectacularmente la calidad de la educación.:*
http://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/06/150617_cultura_vietnam_exito_sistema_educativo_bd.

Schleicher A. (2016). *Desafíos para PISA*. *Relieve: Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, ISSN-e 1134-4032, Vol. 22, N°. 1, 2016

Skovsmose, O. (1998) *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá. Universidad de los Andes.

Torres V. (2015). *La influencia del contexto socioeconómico de las familias en los resultados de la prueba PISA 2009: un estudio comparativo entre países de América Latina*. *Diálogos pedagógicos*, Vol. 13, N°. 25, 2015, págs. 11-31

Uribe, J. V. (2005). *PISA sin prisa*. *Revista de Investigación educativa 1*.

Zubiría, J. D. (2014). *Las pruebas pisa: ¿Cómo mejorar los resultados?*