

**UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA**



**DISEÑO Y APLICACIÓN DE SOFTWARE PARA PROTOTIPO DE  
PLATAFORMA RRR**

**ZULY BUITRAGO CASTILLO  
JESSICA ALEJANDRA SOTO RUBIO**

**Dirigido  
Prof. Dr. OSCAR FERNANDO AVILÉS  
Facultad Ingeniería Mecatrónica  
Universidad Militar Nueva Granada  
Bogotá. Colombia**

**UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
INGENIERIA EN MECATRÓNICA  
BOGOTÁ D.C**

**2015**

## NOTA DE ACEPTACIÓN

Trabajo de grado titulado “**Diseño y Aplicación de Software para Prototipo de Plataforma RRR**” elaborado y presentado por las estudiantes *Zuly Buitrago Castillo y Jessica Alejandra Soto Rubio*, como requisito para optar por el título de Ingeniero en Mecatrónica

---

Prof. Dr. Oscar  
Fernando Avilés  
**Docente**

---

**JURADO**

## **DEDICATORIA**

Este trabajo está dedicado a nuestros padres y familiares, quienes han brindado un apoyo incondicional durante el desarrollo de nuestra formación profesional. Sin su colaboración en cada uno de los aspectos que requiere recorrer este camino, no sería posible haber llevado a cabo este proyecto, y por supuesto a Dios por brindarnos la salud y la oportunidad de crecer profesionalmente y personalmente.

**ZULY BUITRAGO CASTILLO**

**JESSICA ALEJANDRA SOTO RUBIO**

## **AGRADECIMIENTOS**

Deseamos agradecer al ingeniero Oscar Fernando Avilés por prestar su asistencia y asesoría incondicional para el desarrollo del presente proyecto, y a cada uno de los ingenieros y profesores que contribuyeron a nuestra formación como ingenieras, además agradecerle a cada uno de los miembros de los laboratorios por la atención prestada y a nuestros compañeros por su apoyo y colaboración durante el desarrollo del proyecto.

**ZULY BUITRAGO CASTILLO**

**JESSICA ALEJANDRA SOTO RUBIO**

## INDICE

<b>INDICE.....</b>	<b>5</b>
<b>Lista de figuras .....</b>	<b>7</b>
<b>Lista de Tablas .....</b>	<b>9</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>10</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>12</b>
1.1.    Introducción.....	12
1.2.    Justificación .....	13
1.3.    Objetivos.....	15
1.3.1.    General.....	15
1.3.2.    Específicos .....	15
<b>CAPITULO 2 MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>16</b>
2.1. Antecedentes Conceptuales .....	16
2.2.    Antecedentes .....	18
2.3.    Arquitectura Mecanismos Paralelos.....	25
2.2.    Cinemática de Mecanismo Paralelo .....	29
2.3.    Análisis De Posición .....	33
2.3.1.    Cinemática directa.....	33
2.3.2.    Cinemática inversa .....	38
2.4.    Configuraciones Singulares .....	44
2.4.1 Singularidades de cinemática inversa.....	44
2.4.2 Singularidades de cinemática directa.....	45
2.4.3 Singularidades de cinemática combinadas. ....	46
2.4.4 Singularidades Paralela.....	47
2.4.5 Singularidades Serial.....	48
2.4.6 Singularidades Loci.....	48
2.5 Espacio de Trabajo.....	49
<b>CAPITULO 3 DISEÑO DEL MECANISMO .....</b>	<b>54</b>
<b>3.1.    Diseño Mecánico .....</b>	<b>54</b>

3.1.1.	Diseño conceptual.....	54
3.1.2.	Estructura del Prototipo de Robot Planar 3RRR.....	59
3.1.3.	Construcción Prototipo.....	61
3.1.4	Análisis de la construcción.....	64
<b>3.2.</b>	<b>Diseño Electrónico.....</b>	<b>65</b>
3.2.1.	Estructura Diseño Electrónico .....	65
3.2.2.	Selección de Materiales.....	66
<b>3.3.</b>	<b>Diseño Interfaz Grafica.....</b>	<b>70</b>
<b>CAPITULO 4 ANALISIS DE RESULTADOS .....</b>		<b>74</b>
<b>TRABAJOS FUTUROS. ....</b>		<b>75</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>76</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>		<b>77</b>
<b>ANEXOS.....</b>		<b>80</b>
	ANEXOS A.....	80
	ANEXO B.....	87

## Lista de figuras

FIGURA 1 ROBOT MANIPULADOR POLI ARTICULADO ABB TRB-1000 [9].....	16
FIGURA 2 ROBOT MÓVIL. CARRO, ZOOMÓRFICO Y ANDROIDE [1].....	17
FIGURA 3 MECANISMO PARALELOS DE 2 Y 3 GRADOS DE LIBERTAD [3].....	18
FIGURA 4 CONFIGURACIÓN MECANISMOS ESPACIALES [3].....	18
FIGURA 5 MECANISMO DISEÑADO JAMES E. GWINNETT [4].....	19
FIGURA 6 ROBOT INDUSTRIAL WILLARD L. V. POLLARD [5].....	19
FIGURA 7 MECANISMO DISEÑADO DR. ERIC GOUGH.....	20
FIGURA 8 PLATAFORMA STEWART [6].....	20
FIGURA 9 SIMULADOR DE VUELO KLAUS CAPPEL 1967 [7].....	21
FIGURA 10 PLATAFORMA DELTA [5].....	21
FIGURA 11 SISTEMA DE ALINEACIÓN DE ÁNGULOS ENTRE LA PARTE ÓPTICA Y MECÁNICA [8].....	22
FIGURA 12 ESQUEMA MANIPULADOR 3-RPR [9].....	23
FIGURA 13 MECANISMO 3-RPR [10].....	23
FIGURA 14 MECANISMO PARALELO PLANAR 3-RPR [11].....	24
FIGURA 15 MANIPULADOR PLANAR PARALELO 3-DOF 3-RRR.....	24
FIGURA 16 MODULAR DE 3-RRR ROBOT PLANAR PARALELO [12].....	25
FIGURA 17 PROTOTIPO DIDÁCTICO DE MPP 3RRR [10].....	25
FIGURA 18 MECANISMO PLANAR 3 RRR.....	26
FIGURA 19 COMBINACIONES DE LA PLATAFORMA PLANAR PARALELA 3GdL Y CADENAS IDÉNTICAS [14].....	27
FIGURA 20 MANIPULADOR PARALELO PLANAR CON 3GdL, 3RRR.....	28
FIGURA 21 CADENA CON ESLABÓN ROTACIONAL [2].....	29
FIGURA 22 ESQUEMA ROBOT PARALELO PLANAR 3RRR [16].....	30
FIGURA 23 CADENA CINEMÁTICA UNO. PLATAFORMA PLANAR 3RRR.....	31
FIGURA 24 CADENA CINEMÁTICA DOS. PLATAFORMA PLANAR 3RRR.....	32
FIGURA 25 CADENA CINEMÁTICA TRES. PLATAFORMA PLANAR 3RRR.....	33
FIGURA 26 DIAGRAMA DE CINEMÁTICA DIRECTA.....	34
FIGURA 27 DIAGRAMA DE CINEMÁTICA INVERSA.....	38
FIGURA 28 CADENA CINEMÁTICA DE PLATAFORMA PLANAR 3RRR.....	39
FIGURA 29 SOLUCIONES DEL MODELO CINEMÁTICO INVERSO. [20].....	42
FIGURA 30 SINGULARIDAD CINEMÁTICA INVERSA EN CAD 2D Y 3D.....	45
FIGURA 31 SINGULARIDAD CINEMÁTICA DIRECTA EN CAD 2D Y 3D.....	46
FIGURA 32 SINGULARIDAD COMBINADA EN CAD 2D Y 3D.....	47
FIGURA 33 SINGULARIDAD PARALELA DIRECTA EN CAD 3D.....	47
FIGURA 34. SINGULARIDAD SERIAL DIRECTA EN CAD 2D Y 3D.....	48
FIGURA 35 SINGULARIDAD LOCI DIRECTA EN CAD 3D.....	49
FIGURA 36. POSIBLES POSTURAS DEL MECANISMO 3RRR [19].....	51
FIGURA 37 CONFIGURACIÓN PLATAFORMA 3RRR.....	54
FIGURA 38 PLATAFORMA 3RRR EN CAD.....	56
FIGURA 39 IMAGEN ILUSTRATIVA DEL ANÁLISIS DE TENSIÓN.....	58
FIGURA 40 IMAGEN ILUSTRATIVA DEL DESPLAZAMIENTO ESTÁTICO.....	58
FIGURA 41 IMAGEN ILUSTRATIVA DE LA DEFORMACIÓN UNITARIA.....	59
FIGURA 42 DISEÑO PLATAFORMA 3RRR.....	60
FIGURA 43 PRIMER SUB-ENSAMBLAJE BASE FIJA.....	60

FIGURA 44 SEGUNDO SUB-ENSAMBLAJE ARTICULACIÓN .....	61
FIGURA 45 TERCER SUB-ENSAMBLAJE BASE MÓVIL.....	61
FIGURA 46 PROTOTIPO PLATAFORMA 3RRR.....	62
FIGURA 47 BASE FIJA.....	62
FIGURA 48 ES LABÓN 1 DE LA ARTICULACIÓN.....	63
FIGURA 49 IMAGEN DE LA ARTICULACIÓN DEL MECANISMO.....	63
FIGURA 50 BASE MÓVIL.....	64
FIGURA 51 ESQUEMA ELECTRÓNICO .....	66
FIGURA 52 DYNAMIXEL.....	66
FIGURA 53 ESTRUCTURA DYNAMIXEL AX-12° .....	67
FIGURA 54 DYNAMIXEL LÍMITES DE POSICIÓN .....	67
FIGURA 55 TARJETA CDS55XX.....	68
FIGURA 56 PLACA ARDUINO UNO.....	69
FIGURA 57 PL2302 CONVERTOR SERIAL A USB .....	69
FIGURA 58 ESQUEMA DE CABLEADO.....	70
FIGURA 59 DIAGRAMA DE FLUJO SIMULACIÓN.....	71
FIGURA 60 INTERFAZ GRAFICA.....	72
FIGURA 61 OPCIÓN PUNTO.....	72
FIGURA 62 OPCIÓN LÍNEA.....	73



## Lista de Tablas

<i>TABLA 1 CONFIGURACIÓN C-C-C &amp; A-A-A Y ESPACIO DE TRABAJO CON PHI.</i> .....	52
<i>TABLA 2 PROPIEDADES MECÁNICAS POLIMETILMETACRILATO [23]</i> .....	57

## RESUMEN

Hoy en día los robots de tipo planar poseen un campo de estudio considerable, debido a sus propiedades, características y capacidades, en términos de velocidad, precisión y exactitud en el desarrollo de tareas repetitivas. Estas condiciones han despertado un interés en el área de la industria, el cual ha sido en gran medida fomentado por la investigación científica y el área de la educación. Estos robots comúnmente, se encuentran definidos por ecuaciones dinámicas de movimiento, a partir de diferentes modelos matemáticos, que relacionan una o más variables de entrada, a partir de las cuales se controlan algunas variables objetivo. En este orden de ideas, el presente desarrollo propone el diseño y construcción de una plataforma planar 3RRR, realizando un análisis cinemático mediante relacionamientos matemáticos, con el fin de determinar una configuración óptima del dispositivo y de su espacio de trabajo. A partir del análisis realizado, se plantea el desarrollo de un algoritmo para la planeación de contornos, descritos por trayectorias rectas y curvas, el cual permitirá controlar una plataforma base, para el cual se realizara una solución mecánica que le permite moverse dentro del espacio de trabajo. Cabe destacar, que una vez controlada la dinámica de movimiento del robot planar 3RRR, esta puede ser aplicada a múltiples procesos propios de una línea de fabricación. Esto se debe a versatilidad de aplicaciones que este dispositivo posee, debido a que este se encuentra proyectado para permitir la instalación de distintas herramientas en su plataforma, sin alterar el enfoque sobre el movimiento de la misma o de un punto de interés sobre esta.

**Palabras clave:** Robot Planar, Software, Trayectorias, Simulación.

## ABSTRACT

Nowadays the type of planar robots have a significant field of study, due to its properties, characteristics and capabilities, related with the speed, accuracy and precision developing recurring tasks. This conditions have attracted a huge interest by the industrial area, which have been in a considerable extent fomented by the scientific research and the educational area. These robots generally, can be defined by dynamic equations for the movements, from different mathematical models, which relate one or more input variables, by means of can be controlled some target variables. In this context, this development suggest a design and construction of a planar platform 3RR, making a cinematic analysis through mathematical equations, aiming to determinate an optimal setting for the device and its workspace. By means of analysis made, it suggest a development of an algorithm to tracking edges, which are described lines and curves, which allows move a platform inside od workspace. It is important to note, that when it is controlled a dynamical of movement of the planar robot 3RRR, this can applied to multiple process of the industrial area. This happens, due to versatility of applications that this kind of device has, owing to this is projected to allow an installation of different tools in its platform, without change the focus in the movement for this.

**Keywords:** Planar Robot, Software, Paths, Simulation

## CAPITULO 1

# INTRODUCCIÓN

### 1.1. Introducción

El término robot proveniente del termino checo *robotník* que significa siervo, tuvo su primer aparición en el año de 1918 en una corta historia, elaborada por el dramaturgo del mismo origen Karel Čapek, y retomada posteriormente en 1921 en una obra teatral llamada “*Rossum’s Universal Robots*” del mismo autor. En los años 50, el término robot fue utilizado para denominar a las herramientas, encargadas de realizar tareas repetitivas o de gran precisión dentro de la industria. De esta manera, se generó un amplio campo de trabajo para esta clase de máquinas, las cuales han venido evolucionando adaptándose a distintos tipos de necesidades, con lo cual han mejorado sus características de precisión, velocidad y autonomía, entre otras.

En los últimos años ha surgido un interés considerable por el estudio de robots de tipo paralelo. Estos dispositivos proponen una sinergia entre distintas áreas de la ingeniería, como la Mecánica, el Control, la Robótica y el desarrollo de software, con lo cual se pretende lograr nuevas aplicaciones de estos robots dentro de la industria.

Los robot de tipo planar paralelo 3RRR se caracterizan por su desplazamiento en un espacio bidimensional, lo cual les permite llegar a posicionarse dentro de la superficie que comprende su espacio de trabajo, teniendo la oportunidad de convertirse ella misma en un efector final, tomando su centro, o tener un efector final externo el cual se convertiría en una herramienta fija para el dispositivo, esto distintos enfoques hacen

necesario un aumento en los esfuerzos para resolver la cinemática directa de mecanismos paralelos planos como los son mecanismos con configuración 3RRR, debido a su simplicidad inherente. Con el fin de explotar todo el potencial de estos mecanismos, se requieren enfoques de control basados en el modelo. Sin embargo debido a su singular estructura el modelado cinemático y dinámico es una tarea compleja.

Debido a los estrictos requisitos asociados a las aplicaciones de los mecanismos de precisión a base de flexión, es necesario ser capaz de evaluar y certificar el desempeño en la etapa de diseño, teniendo en cuenta las posibles fuentes de error: como la tolerancia de fabricación y modelado inexactitudes en articulaciones de flexión. Se propone un método basado en el intervalo de certificar si las diversas restricciones se cumplen para todos los puntos dentro de un espacio de trabajo requerido. En este trabajo se presenta la metodología basada en intervalos y su aplicación en un manipulador paralelo basado en la flexión 3RRR plana.

## 1.2. Justificación

En diferentes áreas de la fabricación y ensamble de productos, se encuentran procesos donde resulta necesario realizar posicionamientos sobre “la mesa de trabajo”, la cual interactúa con el operario. Allí, en varias ocasiones se presenta un limitante relacionado con el alcance del individuo hacia un espacio o punto de interés en la operación, donde se dificulta el desplazamiento de objetos dentro del espacio de trabajo destinado para la realización de modificaciones, adecuaciones, entre otras operaciones. Debido a esta problemática, son presentadas las mesas de trabajo dinámicas basadas en la utilización de actuadores, con los cuales se realizan movimientos de orientación y traslación. Estos dispositivos normalmente son robots fijos de tipo paralelo, que pueden ser integrados dentro de diferentes células de manufactura, y pueden operar conjuntamente con un

operario o con un robot manipulador, con el objetivo de atender una o varias fase de ensamblaje o construcción de un producto. De esta manera, las mesas de trabajo dinámicas pueden mitigar ciertas dificultades que poseen los efectores finales de los manipuladores, debido a su rigidez por lo cual se les dificulta las reubicaciones de los objetos a trabajar, haciendo necesario plantear una manera de solucionar estos desplazamientos sin modificar dichos manipuladores y sus grippers. Además de esto, los robots paralelos pueden ser utilizados en procesos de mecanizado, bien sea bajo el principio de remoción de material, como el corte por láser y el fresado, o bien sea bajo el principio de manufactura aditiva, en la cual se encuentran las tecnologías de prototipado rápido de polímeros y aleaciones metálicas.

Teniendo en cuenta lo anterior, con la optimización de trayectorias tanto rectas como curvas realizadas por una plataforma planar RRR, pueden ser mejoradas de manera significativa distintas variables de proceso, como el tiempo de manufactura, consumo de energía, precisión y exactitud. Además de esto, con la implementación de este tipo de dispositivos, pueden ser mejoradas las condiciones de trabajo de operadores, y con ello el desempeño y la capacidad de producción.

La optimización de trayectorias, está basada en modelos matemáticos estáticos y dinámicos, con los cuales se consigue ofrecer una la simulación sobre el comportamiento del dispositivo. De otro lado, implementando conceptos de diseño robusto se logra incorporar el concepto de robot planar RRR, en el campo de control de movimiento, el cual puede ser aplicado dentro del campo de las máquinas de control numérico, comúnmente denominadas como máquinas CNC.

En la búsqueda de ampliar la implementación de robots planares en la industria y nuevos desarrollos a nivel investigativo, dejando de un lado en enfoque que se le ha dado al gripper como herramienta principal a posicionar.

### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. General

Diseñar y controlar un robot planar RRR, implementando un sistema de simulación y supervisión

#### 1.3.2. Específicos

Desarrollar el modelo matemático del sistema. Dentro del cual, se sitúa: Modelo Cinemático del sistema para los diferentes desplazamientos en un entorno delimitado, modelado para la determinar la clase de actuadores a utilizar

Concebir un diseño en CAD de la estructura mecánica para un robot planar RRR, simulando en este el comportamiento de dicha estructura

Diseño e implementación de software de simulación y supervisión, para la planeación de trayectorias rectas o curvas

## CAPITULO 2

# MARCO TEÓRICO

### 2.1. Antecedentes Conceptuales

El termino robot esta normalmente dado a un dispositivo multifuncional y reprogramable diseñado para mover y manipular partes o herramientas a través de movimientos programados variables para la realización de una variedad de tareas especificadas, considerando al robot como una obra ingenieril dispuesta al ser humana para la producción de bienes y servicios , para cumplir con actividad dentro del entorno diario de forma amigable para el humano [1] , generando así distintas clases de robots con las cuales se pretende satisfacer las necesidades requeridas en los distintos ambientes de desempeño para estos. La clasificación de los robots se puede dar de acuerdo a su morfología [2]:

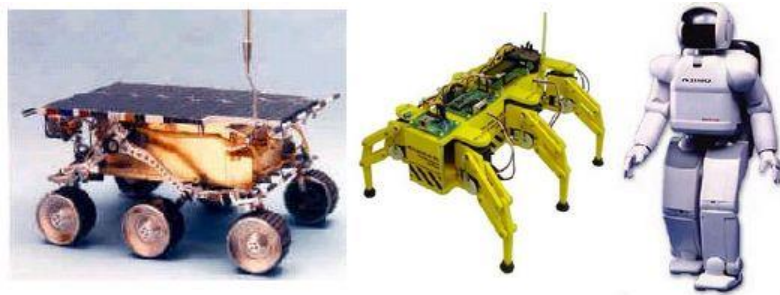
- **Poli articulados:** son robots que cuentan con varios grados de libertad, diseñados para estar empotrados en un espacio y al mismo tiempo desarrollar sus actividades dentro de un espacio coordenadas con sus terminales o grippers. Han tenido un amplio desarrollo dentro de la industria por su capacidad de realizar actividades repetitivas y precisas, haciendo de este tipo de robots ideales para su utilización dentro de una línea de producción, aumentado la calidad y velocidad dentro de los procesos



*Figura 1 Robot manipulador Poli articulado ABB TRB-1000 [9]*



- **Móviles:** son robots provistos con ruedas, orugas o extremidades que le permite desplazarse en un espacio amplio, por lo general estos no cuentan con un espacio de trabajo determinado, permitiéndole un libre movimiento en el entorno requerido, esta clase de robot se utilizan principalmente para transportar objetos. Estos también pueden ser zoomórficos (se caracteriza por su parecido estructural con animales) o androides (característicos por su parecido con el comportamiento humano).



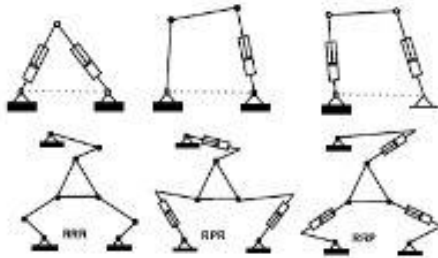
*Figura 2 Robot móvil. Carro, Zoomórfico y Androide [1]*

Dentro de las distintas clases de robots poli articulados se encuentran los robots paralelos, los cuales se caracterizan principalmente por su cadena cinemática cerrada y contando con un efector final distinto a los gripper convencional posicionado dentro en su base móvil la cual se encuentra unida a su base por medio de articulaciones, teniendo dentro de sus movimientos los trasnacionales y rotacionales simultáneamente, permitiendo tener movimiento trasnacional en uno o dos planos y rotacional en el otro [2]

Este tipo de robot tiene la capacidad de tener una gran variedad de configuraciones estructurales, debido a que estas están determinadas por el número de cadenas cinemáticas unidas, también el tipo de articulación, restricciones de movimiento, entre otras. Los distintos robots de tipo paralelos se pueden clasificar de acuerdo al movimiento que son capaces de generar, ya que estos pueden ser de tipo planar o espacial. [3]

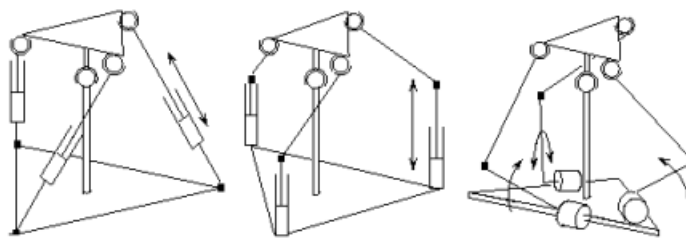
Se le denomina mecanismos paralelos planares aquellos que su espacio de trabajo se encuentra en un plano de bidimensional, por este motivo se puede encontrar en estos mecanismos movimientos traslacionales en sobre el plano y a su vez podría llegar a tener una rotación, aunque esta sería en un plano perpendicular al mismo. Como se puede

observar en la figura 3 para este tipo de robot existen varias configuraciones y puede haber mucha más.



*Figura 3 Mecanismo paralelos de 2 y 3 grados de libertad [3]*

Otra configuración son los mecanismos paralelos espaciales, los cuales por la configuración de sus articulaciones y la ubicación de las mismas, puede llegar a tener desplazamiento en un plano tridimensional. Dándole la capacidad e trasladarse dentro de un amplio espacio de trabajo gracias a sus varios grados de libertad, que pueden ir desde los 3 a los 6 grados de libertad. Así como los mecanismos paralelos planares, los espaciales también pueden tener numerosas configuraciones, variando tanto el número de articulaciones como los tipos de actuadores que estas lleven, como se puede observar en la figura 4 algunos ejemplos de este tipo de mecanismos.

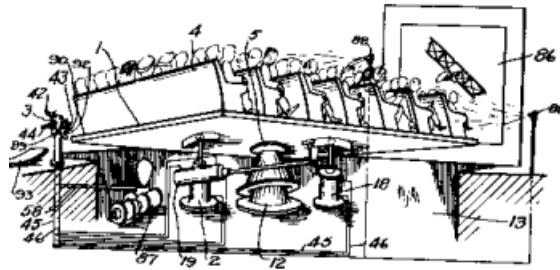


*Figura 4 Configuración Mecanismos Espaciales [3]*

## 2.2. Antecedentes

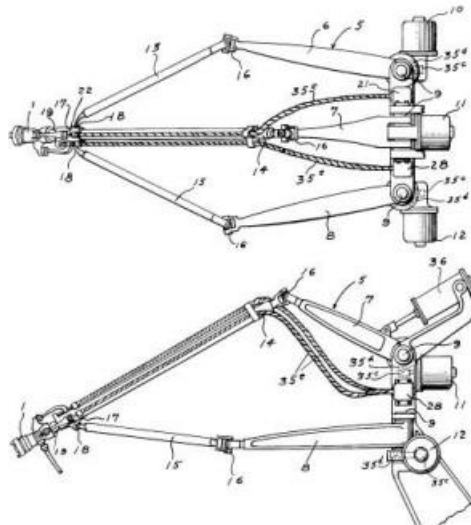
Aunque el termino robot ha sido implementado en los años 50, cuando hablamos de mecanismos planares, se cree que estos han tenido un desarrollo teórico muchos siglos atrás cuando matemáticos geométricos franceses e ingleses realizaron los primeros estudios sobre las distintas aplicaciones que podrían tener los poliedros, pero lo que se podría considerar como el primer mecanismo paralelo habría sido diseñada en 1931 por

James E. Gwinnett [4] con el fin de ser usada para el entretenimiento, este mecanismo figura 5 no fue construido pero es considerado como el primer rastro de un mecanismo paralelo.



*Figura 5 Mecanismo diseñado James E. Gwinnett [4]*

Después de este diseño alrededor de 1940 se concebía el primer robot paralelo para ser utilizado dentro de la industria, este fue diseñado por Willard L. V. Pollard, este mecanismo contaba con 5 Grados de Libertad los cuales se encargaban de realizar operaciones de pintura con aerosol, figura 6 contaba con tres articulaciones cada uno con dos eslabones los cuales eran controlados a por unos actuadores en la base, contaba también con dos actuadores adicionales que se encargaban de manipular el efector final por medio de unos cables. [5]



*Figura 6 Robot Industrial Willard L. V. Pollard [5]*

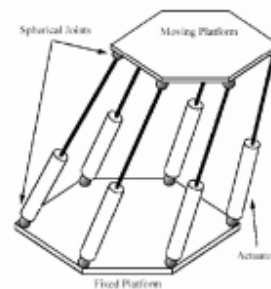
Luego de estas aparecerían estructuras como la diseñada por el DR. Eric Gough la cual tiene su origen en 1947, este mecanismo cuenta con un octaedro con seis articulaciones de longitud variable, diseñada para realizar las pruebas de desgaste de neumáticos para la

compañía Dunlop. Actualmente esta plataforma ha llegado a tener una gran aplicabilidad como lo son simuladores de vuelo.



*Figura 7 Mecanismo Diseñado Dr. Eric Gough [5]*

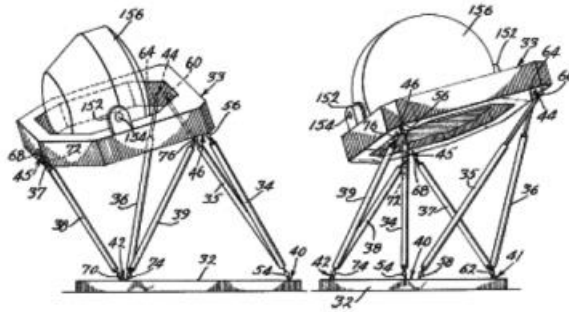
En 1965 Mr. Stewart presenta un diseño figura 8 de una plataforma con seis grados de libertad capaz de moverse en tres direcciones lineales y tres angulares, para la cual se le dieron aplicaciones como simulador de vuelo de un helicóptero, simulador de los movimientos de un barco, más adelante en 1979 McCallion y Truong propusieron usar la plataforma como un manipulador paralelo dentro de una línea de ensamblaje [3] demostrando así que este tipo de manipuladores tenían mayor precisión al momento de posicionar un efector final que un manipulador convencional. [6]



*Figura 8 Plataforma Stewart [6]*

A su vez Klaus Cappel se encontraba realizando su investigación en mecanismos paralelos de seis grados de libertad, dando como resultado de esto la construcción de un

simulador de vuelo basado en un hexápodo en el Franklin Institut Research Laboratory [7]



*Figura 9 Simulador de vuelo Klaus Cappel 1967 [7]*

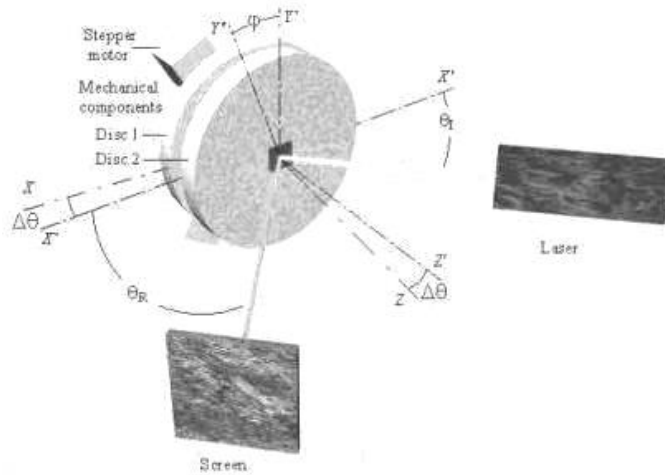
En el año de 1990 Reymond Clavel presenta un diseño basado en la plataforma Stewart, con el fin de dar solución a las dificultades presentadas en dicha plataforma, ya que esta presenta un alto costo por sus juntas esféricas y por su modelo cinemático tan complejo, nace así la plataforma Delta de tres y cuatro grados de libertad. Esta plataforma consta de una base fija que se une a una base móvil por medio de tres o cuatro cadenas cinemáticas cerradas. [3]



*Figura 10 Plataforma Delta [5]*

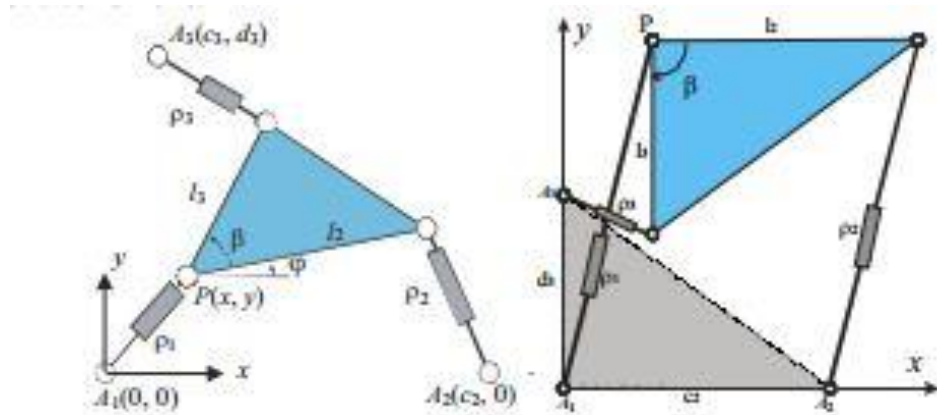
Castañeda [8] del Instituto de Física, UNAM A.P, presenta el desarrollo de un robot paralelo automático de tres grados de libertad el cual se orienta mediante un sistema óptico, utilizan el láser dentro del detector para realizar la alineación y monitoreo de este arreglo. Algoritmo que proponen es la referencia de dos figuras, elipse y círculo a las

cuales les aplican escalamiento de radios, para realizar mediante convergencia la ubicación de la trayectoria.



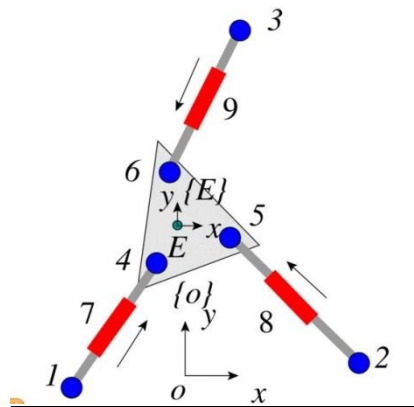
*Figura 11 Sistema de alineación de ángulos entre la parte óptica y mecánica [8]*

En el año 2009 Philippe Wenger y Damien Chablat. [9] resuelve de manera analítica la cinemática directa utilizando cubos y cuadrados en secuencia, obteniendo la ecuación de las superficies derivado tanto del espacio del trabajo y de las articulaciones, la cual descompone en varios factores de singularidad obtenido por medio del punto de cúspides y en modo de conjunto movimiento independiente del modelo.



*Figura 12 Esquema manipulador 3-RPR [9]*

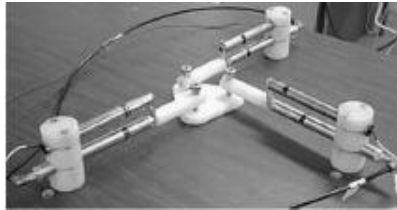
En el artículo de Yawei Yang ; Wyoming Univ., Laramie [10] Realizan la identificación mecánica, determinan una geometría constante, el cual facilite el análisis mediante software sea factible en casos especiales se utilizan para encontrar las soluciones de la ubicación ya establecida para la articulación donde optimizan el diseño para que nuevas condiciones no declinen la ubicación del RRR.



*Figura 13 Mecanismo 3-RPR [10]*

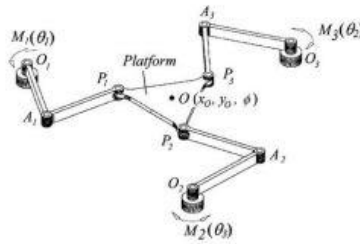
En la Universidad de Ohio USA los docentes Williams II R. L. and Joshi A. R. en 1999 [11] realizaron el diseño el prototipo de un mecanismo paralelo 3-RPR, con el fin de evaluar el control de trayectorias usando cilindros neumáticos como actuadores, se

muestra el análisis dinámico y la zona de trabajo que se obtendrá con el diseño y los actuadores.



*Figura 14 Mecanismo paralelo planar 3-RPR [11]*

En el 2008 V.H. Arakelina, M.R. Smith se realiza el de reacciones para un manipulador 3-RRR, se propone una técnica de diseño en la cual se sustituye la masa de la plataforma por 3 masas concentradas en las articulaciones, dando así un diseño dinámico distinto para la solución del sistema, aunque el trabajo es netamente teórico con evaluación del sistema por medio de software, por lo cual no presentan la construcción del prototipo.



*Figura 15 Manipulador planar paralelo 3-DOF 3-RRR [12]*

En el 2002 Guiling Yang, Weihai Chen, I-Ming Che [13] presenta un documento el cual plantea la solución dada por un sistema matricial del jacobiano para un robot planar de 3 grados de libertad, ese sistema matricial permite identificar la zona de trabajo del robot, se presenta un prototipo en el cual se aplica el análisis geométrico previamente planteado.





*Figura 16 Modular de 3-RRR robot planar paralelo [13]*

En el 2002 Ebert U. Woodruff construyó un prototipo 3-RRR [14] con la finalidad de instruir académicamente a los estudiantes con los mecanismos de estos robots, en este prototipo se utiliza un indicador de luz para poder observar los cambios de posición y orientación de la plataforma



*Figura 17 Prototipo didáctico de MPP 3RRR [10]*

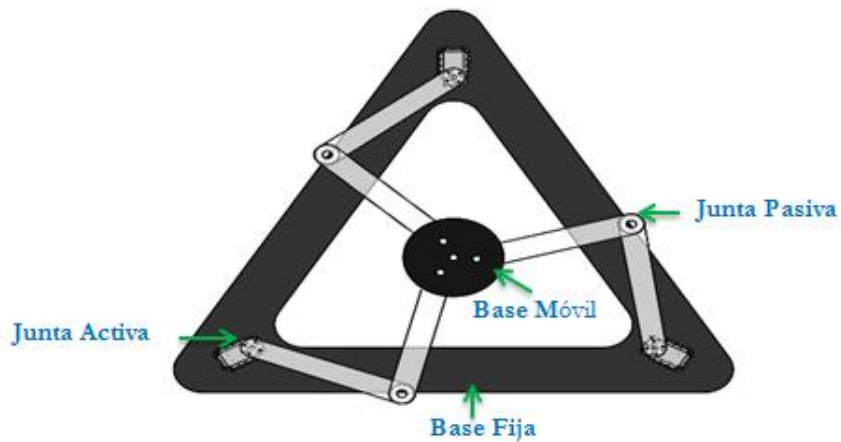
### 2.3. Arquitectura Mecanismos Paralelos

Se denomina manipulador paralelo general a aquél que posee un elemento terminal unido a un elemento base o fijo por medio de varias cadenas cinemáticas independiente [15].

Un robot paralelo es una estructura, generalmente electromecánica, multifuncional; Con el objetivo de cumplir un patrón de movimiento específico, el cual posee cadenas de lazo cerrado para el cumplimiento del mismo. Las ventajas de este tipo de estructuras robóticas con respecto a mecanismos robóticos seriales, es que su configuración de

cadena de lazo cerrado proporciona mayores capacidades de carga, elevada velocidad de trabajo y alta presión de posicionamiento.

El mecanismo paralelo  $3\underline{R}RR$  está constituido tres cadenas cinemáticas independientes, que cuentan cada una con tres grados de libertad las cuales conectan a la base móvil a la base fija la cual hace de tierra del sistema; el efector final o base móvil se conecta por eslabones de junta pasiva y estos se conectan a la base fija con una junta activa.



*Figura 18 Mecanismo Planar 3 RRR*

El movimiento independiente que realizar cada articulación con respecto a la anterior, es denominado como grados de libertad, en los robots paralelos de 3  $\underline{R}RR$  los grados de libertad se pueden determinar mediante la ecuación de Grübler (1.0) o de la ecuación Kutzbache (1.1).

$$F = (3 * L) - (2 * J) - (3 * G) \quad (1.0)$$

$$F = (3 * (L - 1)) - (2 * J) \quad (1.1)$$

Dónde:

**F**= Grados de libertad del mecanismo; **L**= número de cuerpos rígidos del mecanismo; **J**= número de juntas cinemáticas; **G**= número de barras fijada en el suelo.

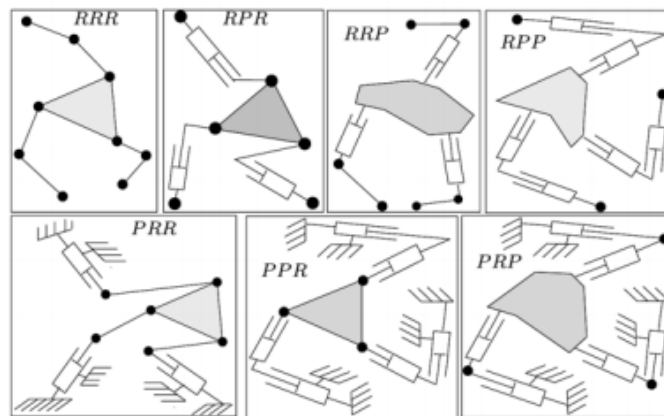
Para el mecanismo planar paralelo sus criterios:

**L**=8, **J**=9, **G** =1; remplazando los criterios del mecanismo planar paralelo en las ecuaciones Grübler y de Kutzbache

$$F = (3 * 8) - (2 * 9) - (3 * 1) = 3GdL \quad (1.0)$$

$$F = (3 * (8 - 1)) - (2 * 9) = 3Gdl \quad (1.1)$$

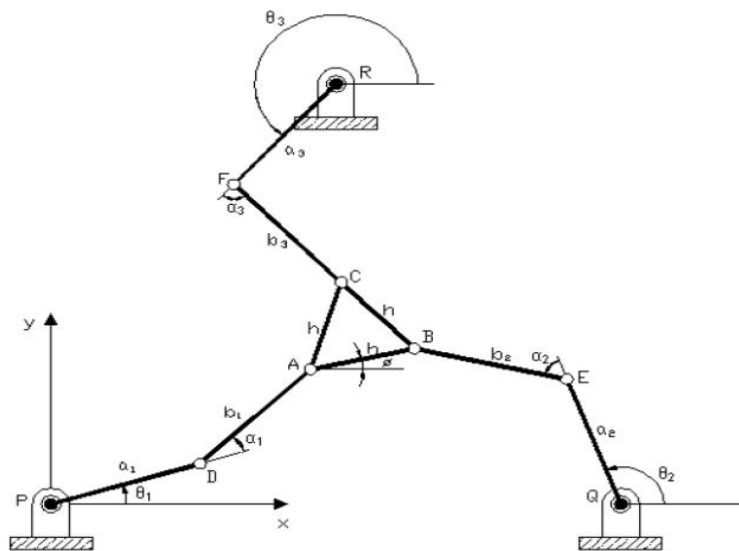
Se obtiene por estos dos métodos el número de grados de libertad de la plataforma planar 3 RRR, clasificando el mecanismo en 3GdL, los cuales son conocidos por tener tres cadenas cinemáticas. Del conjunto de combinaciones compuestas por cualquier secuencia de juntas de revolución (R) y las prismáticas (P), se descartan las combinaciones que no cumplen con el criterio de 3GdL o son equivalentes unas con otras y se obtiene 7 posibles arquitecturas de posicionamiento de la plataforma son: RRR, RPR, RRP, RPP, PRR, PPR, PRP, como se muestra en la figura 19 , cada combinación cuenta con una arquitectura de donde se asume que cada cadena cuenta con tres juntas y dos eslabone de cadenas cinemáticas independientes.



*Figura 19 Combinaciones de la plataforma planar paralela 3GdL y cadenas idénticas [15]*

De las diferentes arquitecturas que puede tomar un robot planar paralelo se empleara ha estudio la plataforma planar paralela  $3RRR$  de la cual su actuadores se encuentran fijos a la base la cual define la geometría de todo el sistema, tres cadenas que conectadas por medio de pivotes se fijan a la base móvil la cual se conecta a la plataforma fija por medio de la tres cadenas cinemáticas independientes, cada una de estas cadenas posee dos eslabones y tres articulaciones de tipo rotacional de un grado de libertad, dos de las cuales son pasivas y la restante es activa. La conexión base móvil eslabón es mediante una junta pasiva y los eslabones conectados a la base móvil mediante una junta activa. Figura 20. Algunas de sus características.

1. La plataforma planar  $3RRR$ , el movimiento se delimita en el plano  $\{X, Y\}$ .
2. La estructura del sistema está comprendida por una base fija, base móvil y seis eslabones que se interconectan entre sí para formar tres cadenas cinemáticas idénticas e independientes.
3. Debido a su configuración tiene una rotación sobre el eje  $Z$ .
4. Cada cadena cinemática tiene un actuador de rotación fijo sobre la base fija.



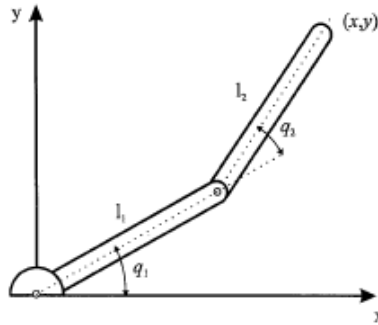
*Figura 20 Manipulador paralelo planar con 3GdL,  $3RRR$  [15]*

## 2.2. Cinemática de Mecanismo Paralelo

La cinemática estudia los movimientos sin importar la causa que lo provocan, la cinemática de los robots paralelos planares se concentra en la geometría descrita por su configuración y la propiedad de movimiento del mecanismo con respecto al tiempo, la posición de la base móvil en posición y orientación, es de interés para el análisis de la cinemática de la plataforma.

Para que plataforma planar  $3R\text{RR}$  pueda realizar una trayectoria, es necesario localiza la posición y orientación con respecto a un sistema de referencia el cual su posición inicial se realizara en cero.

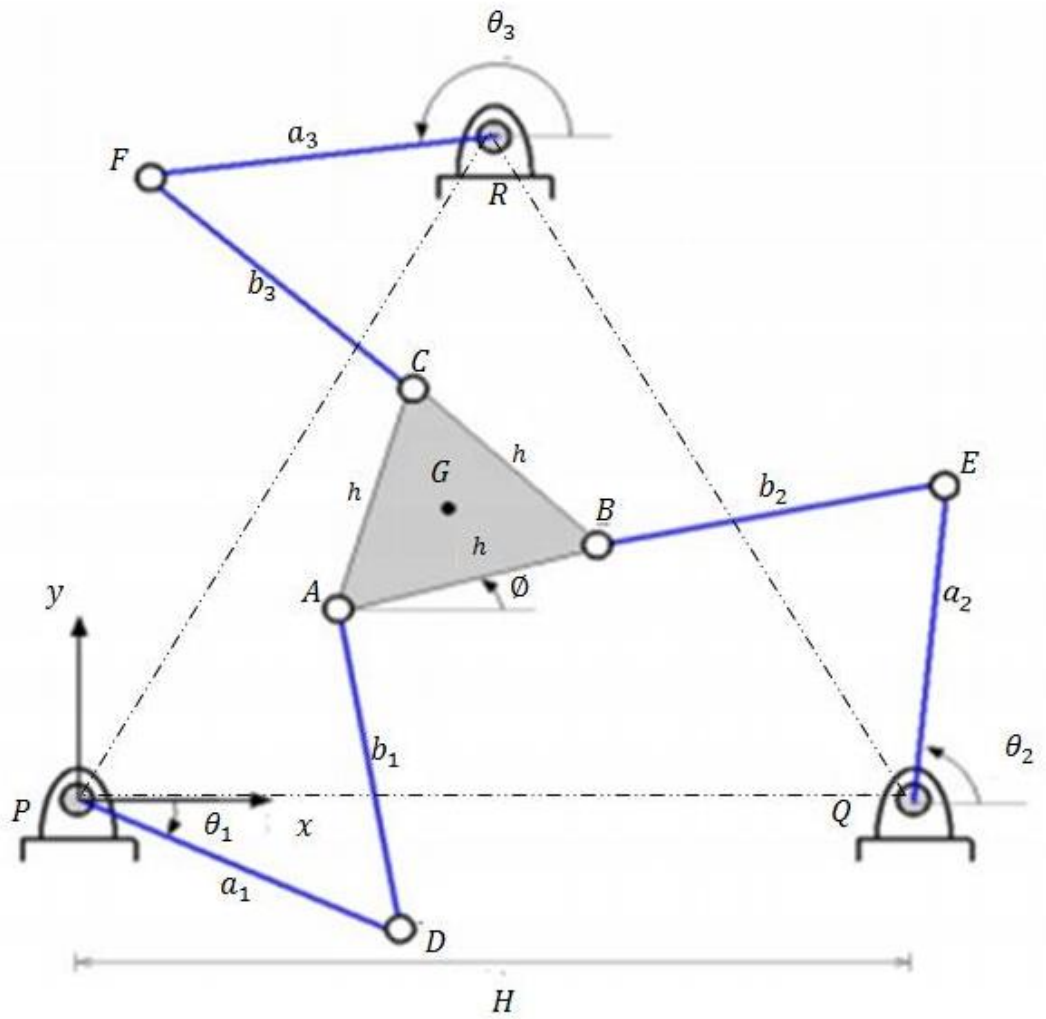
La estructura de cada cadena cinemática que comprende la plataforma planar, se encuentra compuesta de tres juntas cinemáticas de revolución. La junta, de par inferior [16]. El efector final (base móvil) figura 21.



*Figura 21 Cadena con eslabón rotacional [2].*

Para los robots paralelos, la obtención de los modelos cinemáticos, se diferencia de gran manera con respecto a los robots de tipo serial, debido que en este tipo de estructura robótica paralela  $3R\text{RR}$  el modelo cinemático inverso es fácilmente deducible con consideración geométrica de carácter general, en cambio el análisis de la cinemática directa es más complejo y en numerosos casos no tienen una solución analítica debido a los polinomios de elevado grado con múltiples soluciones, haciendo que la obtención de una única solución resulte compleja. Además que la aplicación de cinemática directa puede implicar el uso elevado de sensores, pero esto no implica una solución debida

agrega otros parámetros a determinar como lo son la cantidad de sensores que se deben utilizar y los posibles errores de medición de los mismos.



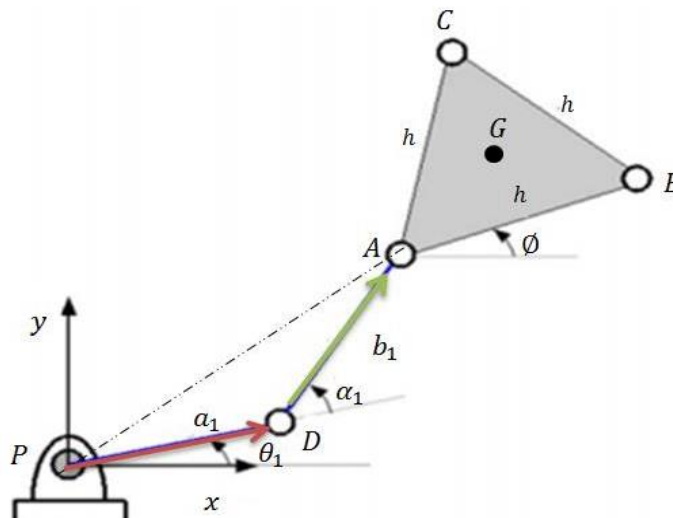
*Figura 22 Esquema Robot Paralelo Planar 3RRR [17]*

La geometría de la plataforma se puede determinar a partir de un análisis trigonométrico, considerando el esquema de la figura 22. En la cual el sistema de referencia se encuentra localizado en el punto  $P$  el cual se deja referenciado sobre el punto  $(0, 0, 0)$  del sistema global  $\{X, Y, Z\}$ , con el cual se pretende dejar punto inicial del sistema estudio  $\{x, y, z\}$  sobre el origen del sistema global y de esta manera omitir el desfase o desplazamiento en relación el uno con respecto al otro. La proyección del eje  $X$  a lo largo de la dirección  $\overline{PQ}$  y la ubicación del eje  $Y$  se encuentra perpendicular al mismo. Los puntos  $\overline{ABC}$  y los puntos formados por  $\overline{PQR}$ ; estos puntos definen la geometría de

la base fija y el movimiento de la base móvil; los cuales deben formar una geometría de triángulos equiláteros donde  $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=H$  y  $\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RP}=b$ . Los ángulos  $\theta_i$  y  $\alpha_i$  ilustran la activa de las juntas de revolución y junta activa, donde  $i= 1,2$  y  $3$ , la longitud de los eslabones y la orientación de la plataforma móvil se encuentran denotadas por  $a_j$ ,  $b_j$  y  $\theta$  donde  $j= 1, 2, 3, 4,5$  y  $6$ .  $P \{0, 0, 0\}$  y el punto  $A$  son el origen de la base fija y la plataforma móvil respecto uno del otro. En el punto  $\{Gx, Gy\}$  y el ángulo  $\theta$ , nos permiten definir la orientación de la plataforma móvil. La localización de la plataforma móvil se describe con respecto la posición del punto A y el ángulo de orientación de la plataforma conformada entre los puntos ABC y el ángulo  $\theta$ . [18].

Se determinara el número suficiente de relaciones geométricas que relacionen las coordenadas  $\{x, y\}$  en de las articulaciones de la plataforma planar  $3\underline{R}RR$ , por medio de ecuaciones de cierre las cuales son sumatorias de vectoriales igualadas a cero, el punto que se tomara como fijo (que es conocido) será A en su coordenada  $\{x, y\}$  con respecto a la orientación del  $\theta$  de la plataforma móvil.

**Cadena 1:**

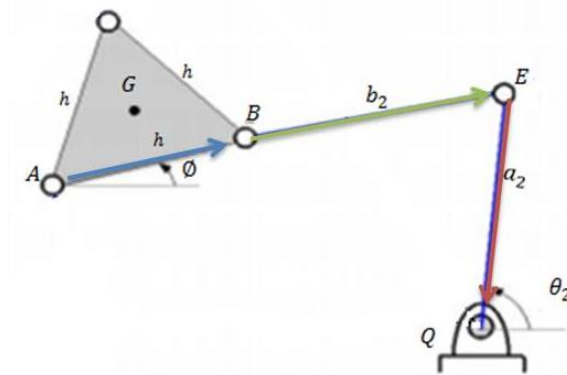


*Figura 23 Cadena cinemática uno. Plataforma Planar  $3\underline{R}RR$*

$$\overline{0A}=\overline{0P}+\overline{PD}+\overline{DA} \tag{2.1}$$

$$X_A^2 + Y_A^2 - 2X_A a_1 \cos \theta_1 - 2Y_A a_1 \sin \theta_1 + a_1^2 - b_1^2 = 0$$

**Cadena 2:**



*Figura 24 Cadena cinemática dos. Plataforma Planar 3RRR*

$$\overline{AO_2} = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EQ} + \overline{Q}$$

$$\begin{aligned}
 & X_A^2 + Y_A^2 - 2X_A X_Q - 2Y_A Y_Q + X_Q^2 + Y_Q^2 + h^2 + a_2^2 - b_2^2 + 2X_A h \cos \phi + 2Y_A h \sin \phi - 2X_A a_2 \cos \theta_2 \\
 & - 2Y_A a_2 \sin \theta_2 - 2a_2 h \cos \theta_2 \cos \phi - 2X_Q h \cos \phi - 2Y_Q h \sin \phi + 2X_Q a_2 \cos \theta_2 + 2Y_Q a_2 \sin \theta_2 \quad (2.2) \\
 & - 2a_2 h \sin \theta_2 \sin \phi = 0
 \end{aligned}$$

**Cadena 3:**



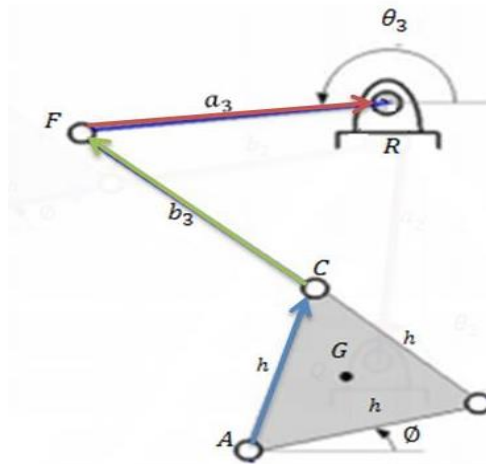


Figura 25 Cadena cinemática tres. Plataforma Planar 3RRR

$$\overline{A0_3} = \overline{AC} + \overline{CF} + \overline{FR} + \overline{R}$$

$$\begin{aligned}
 & X_A^2 + Y_A^2 - 2X_A X_R - 2Y_A Y_R + X_R^2 + Y_R^2 + h^2 + a_3^2 - b_3^2 + 2X_A h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) + 2Y_A h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \\
 & 2X_A a_3 \cos \theta_3 - 2Y_A a_3 \sin \theta_3 - 2a_3 h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \cos \theta_3 - 2X_R h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) - 2Y_R h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.3) \\
 & + 2X_R a_3 \cos \theta_3 + 2Y_R a_3 \sin \theta_3 - 2a_3 h \sin \theta_3 \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) = 0
 \end{aligned}$$

### 2.3. Análisis De Posición

#### 2.3.1. Cinemática directa.

Determina cual es la posición y orientación de la base móvil  $[Gx, Gy, \phi]$ , con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia  $\{x, y, z\}$ ; con las propiedades geométricas, basadas en el tiempo del movimiento y valores de las articulaciones  $[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$  de la plataforma planar 3RRR.



*Figura 26 Diagrama de cinemática directa*

Las ecuaciones en mención del capítulo 2.3 del análisis de la geometría del sistema. Se modifica la estructura de las ecuaciones de las tres cadenas cinemáticas para reducir la expresión, se asignan variables temporales; para denotar la expresión según la notación [18].

Variables temporales Cadena cinemática uno. Plataforma Planar 3RRR

$$\begin{aligned} e_{p1} &= -2a_1 \cos \theta_1 \\ e_{p2} &= -2a_1 \sin \theta_1 \\ e_{p3} &= a_1^2 - b_1^2 \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

Reconstrucción de la ecuación (2.1) de la cadena cinemática 1, comprendida  $\overline{OA} = \overline{OP} + \overline{PD} + \overline{DA}$ ; donde el  $\overline{OP}$  es igual a cero debido que al sistema de referencia se hace coincidir con el sistema global del sistema. Cadena de lazo cerrado de la Figura (23).

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{p1} - Y_A e_{p2} + e_{p3} = 0 \quad (2.1.2)$$

Variables temporales Cadena cinemática dos. Plataforma Planar 3RRR

$$e_{q1} = -2x_Q + 2h \cos \phi - 2a_2 \cos \theta_2 \quad (2.2.1)$$

$$\begin{aligned}
e_{Q2} &= -2 Y_Q - 2h \sin \varnothing - 2a_2 \sin \theta_2 \\
e_{Q3} &= X_Q^2 + Y_Q^2 + h^2 + a_2^2 - b_2^2 - 2a_2h \cos \varnothing \cos \theta_2 - 2a_2h \sin \varnothing \sin \theta_2 - 2X_Qh \cos \varnothing \\
&\quad - 2 Y_Qh \sin \varnothing + 2X_Qa_2 \cos \theta_2 + 2Y_Qa_2 \sin \theta_2
\end{aligned}$$

Reconstrucción de la ecuación (2.2) de la cadena cinemática 2, comprendida  $\overline{AO_2} = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EQ} + \overline{Q}$  ; donde. Cadena de lazo cerrado de la Figura (24).

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{Q1} - Y_A e_{Q2} + e_{Q3} = 0 \quad (2.2.2)$$

Variables temporales Cadena cinemática tres. Plataforma Planar 3RRR

$$\begin{aligned}
e_{R1} &= -2x_R + 2h \cos \left( \varnothing + \frac{\pi}{3} \right) - 2a_3 \cos \theta_3 \\
e_{R2} &= -2 Y_R - 2h \sin \left( \varnothing + \frac{\pi}{3} \right) - 2a_3 \sin \theta_3 \\
e_{R3} &= X_R^2 + Y_R^2 + h^2 + a_3^2 - b_3^2 - 2a_3h \cos \left( \varnothing + \frac{\pi}{3} \right) \cos \theta_3 - 2a_3h \sin \left( \varnothing + \frac{\pi}{3} \right) \sin \theta_3 - 2X_Rh \cos \left( \varnothing + \frac{\pi}{3} \right) \\
&\quad - 2 Y_Rh \sin \left( \varnothing + \frac{\pi}{3} \right) + 2X_Ra_3 \cos \theta_3 + 2Y_Ra_3 \sin \theta_3
\end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Reconstrucción de la ecuación (2.3) de la cadena cinemática 3, comprendida  $\overline{AO_2} = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EQ} + \overline{Q}$ ; donde. Cadena de lazo cerrado de la Figura (25).

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{R1} - Y_A e_{R2} + e_{Q3} = 0 \quad (2.3.2)$$

Las ecuaciones de las tres cadenas (2.2.1), (2.2.2) y (2.2.3) no son lineales y se encuentran conformadas por tres variables desconocidas las cuales son las que nos determinan la ubicación y orientación de la plataforma móvil  $[Ax, Ay, \varnothing]$  , con las cuales nos es posible conocer la ubicación del centro  $[Gx, Gy]$ .

Es necesario utilizar el método de adición y de esta manera simplificar la ecuación (2.2.2) de (2.1.2), [19,20]

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{Q1} - Y_A e_{Q2} + e_{Q3} = 0 \quad (2.1.2)$$

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{P1} - Y_A e_{P2} + e_{P3} = 0 \quad (2.2.2)$$

Obteniendo.

$$X_A e_{P1} - Y_A e'_{P2} + e'_{P3} = 0 \quad (2.4)$$

Dónde:

$$\begin{aligned} e_{P1} &= e_{P1} - e_{Q1} = 2X_A(-a_1 \cos \theta_1 + x_Q - h \cos \emptyset + a_2 \cos \theta_2) \\ e'_{P2} &= e_{P2} - e_{Q2} = 2Y_A(-a_1 \sin \theta_1 + Y_Q + h \sin \emptyset + a_2 \sin \theta_2) \\ e'_{P3} &= e_{P3} - e_{Q3} = a_1^2 - b_1^2 - X_Q^2 - Y_Q^2 - h^2 - a_2^2 + b_2^2 + 2a_2 h \cos \emptyset \cos \theta_2 + 2a_2 h \sin \emptyset \sin \theta_2 + 2x_Q h \cos \emptyset \\ &\quad + 2Y_Q h \sin \emptyset - 2x_Q a_2 \cos \theta_2 - 2Y_Q a_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

El mismo procedimiento es aplicado para la ecuación (2.3.2) de (2.1.2), [19,20]

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{R1} - Y_A e_{R2} + e_{Q3} = 0 \quad (2.3.2)$$

$$X_A^2 + Y_A^2 - X_A e_{P1} - Y_A e_{P2} + e_{P3} = 0 \quad (2.1.2)$$

Obteniendo.

$$X_A e_{R1} - Y_A e'_{R2} + e'_{R3} = 0 \quad (2.5)$$

Dónde:

$$\begin{aligned} e_{R1} &= e_{P1} - e_{R1} = 2X_A(-a_1 \cos \theta_1 + x_Q - h \cos \emptyset + a_2 \cos \theta_2) \\ e'_{R2} &= e_{P2} - e_{R2} = 2Y_A(-a_1 \sin \theta_1 + Y_R + h \sin \left(\emptyset + \frac{\pi}{3}\right) + a_3 \sin \theta_3) \\ e'_{R3} &= e_{P3} - e_{R3} = a_1^2 - b_1^2 - X_R^2 - Y_R^2 - h^2 - a_3^2 + b_3^2 + 2a_3 h \cos \left(\emptyset + \frac{\pi}{3}\right) \cos \theta_3 \\ &\quad + 2a_3 h \sin \left(\emptyset + \frac{\pi}{3}\right) \sin \theta_3 + 2x_R h \cos \left(\emptyset + \frac{\pi}{3}\right) \\ &\quad + 2Y_R h \sin \left(\emptyset + \frac{\pi}{3}\right) - 2x_R a_3 \cos \theta_3 - 2Y_R a_3 \sin \theta_3 \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

Implementando las ecuaciones (2.1.2), (2.4.1) y (2.5.1) donde el orden del sistema resulta de cuarto grado en términos de senos y cosenos de Phi. Esto resulta de solucionar (2.4.1) y (2.5.1) en términos de  $X_A$  &  $Y_A$  y utilizando el método adición en (2.1.2).

$$e_{PR1}^2 + e_{PR2}^2 + e_{P1}e_{PR1}^2e_{PR3}^2 + e_{P2}e_{PR1}^2e_{PR3}^2 + e_{P3}e_{PR1}^2 = 0 \quad (2.6)$$

Dónde:

$$\begin{aligned} e_{PR1} &= (e_{P1}e'_{R2}) - (e'_{P2}e_{R1}) \\ e_{PR2} &= (e_{P2}e'_{R3}) - (e'_{P3}e_{R2}) \\ e_{PR3} &= (e_{P3}e'_{R1}) - (e'_{P1}e_{R3}) \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

Continuando con la solución es necesario transformar las funciones de seno y coseno, para que se factible operar libremente, en este caso es necesario y posible eliminar senos y cosenos; Empleando la identidad de tangente de ángulo medio en este caso para los ángulos  $\theta_{i=1,2,3}$ .

$$\begin{aligned} \sin \theta_i &= 2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) = \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)} \\ \cos \theta_i &= 2 \cos^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) - 1 = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Obteniendo un sistema de octavo grado en función de una sola variable desconocida la cual corresponde la orientación de la base correspondiente al ángulo Phi de la plataforma planar 3RRR. La expresión del polinomio [19,20]

$$C_0T^0 + C_1T^1 + C_2T^2 + C_3T^3 + C_4T^4 + C_5T^5 + C_6T^6 + C_7T^7 + C_8T^8 = 0 \quad (2.8)$$

Los parámetros geométricos como lo son la longitud de los eslabones ( $a_{i=1, 2, 3}$ ) y  $b_{i=1, 2, 3}$ ) y la ubicación de los actuadores  $\{X_P, Y_P \& X_Q, Y_Q \& X_R, Y_R\}$  y orientación  $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$  con respecto a la base fija de la plataforma planar 3RRR se encuentran representados constante C y la representación de las raíces de la ecuación por la variable T, la solución de Phi, resulta ocho opciones de orientación de la base móvil.

En el punto al que se ha llegado nos encontramos con el gran inconveniente de los manipuladores paralelos en la complejidad de llegar a una única solución para ser factible la planificación de trayectorias por este método continuación de polinomios para encontrar la solución por medio de cinemática directa.

### 2.3.2. Cinemática inversa

La cinemática inversa permite conocer las variables de los actuadores si se conoce la posición del efector final, en este caso la posición de la base móvil. Solucionar la cinemática inversa le permite al sistema de control enviarle órdenes a los actuadores para llevar el efector final del robot hasta el punto deseado.



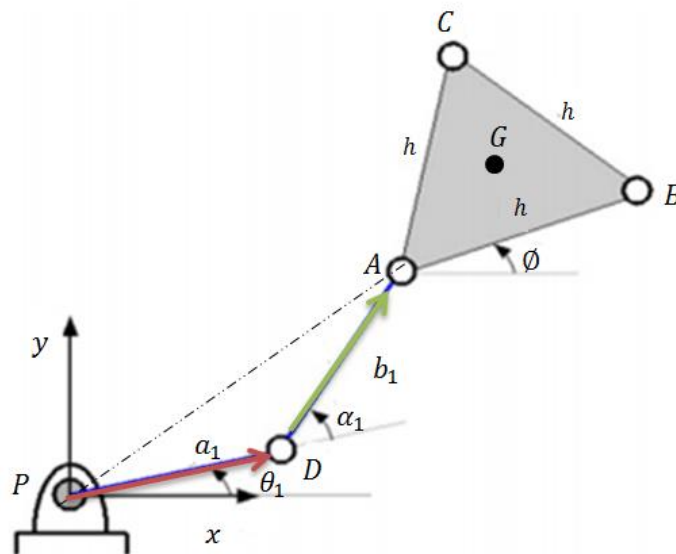
*Figura 27 Diagrama de cinemática inversa.*

Para el caso de la plataforma planar 3RRR se debe partir de la tipología del robot, la cual debe ser analizada usando cinemática inversa; debido que su configuración espacial resulta de menor complejidad, el problema de posición inverso es desarrollado mediante el método geométrico; está permite determinar una solución para el ángulo que debe

rotar cada actuador dependiendo de la posición y rotación de la base móvil, con respecto a la plataforma fija.

El cálculo cinemática de la inversa, se encuentra conformada de una base fija con ejes coordenados del sistema  $\{x, y, z\}$  como se muestra en la figura 22, la plataforma móvil cuenta con 3 puntos de apoyo uno en cada eje de los actuadores, que se enlaza con una junta pasiva la cual se encuentra enlazada a una cadena cinemática cerrada; la cual se encuentra conformada de dos eslabones.

Desarrollando el método geométrico se obtiene una serie de ecuaciones cuadráticas obtenidas de cada cadena cinemática que compone la plataforma, en la cual se relacionan parámetros de salida.



**Figura 28 Cadena Cinemática de Plataforma Planar 3RRR**

La ubicación de la plataforma móvil de la figura 28. Se describe en términos de la posición del punto A, una orientación del ángulo Phi ( $\Phi$ ), la coordenadas de los puntos B y C se pueden expresar en términos de  $\{x_A, y_A\}$  y  $\Phi$ .

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + h \cos \Phi \\ y_B &= y_A + h \sin \Phi \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

$$\begin{aligned}
x_c &= x_A + h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \\
y_c &= y_A + h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right)
\end{aligned}
\tag{3.1.2}$$

Por el método geométrico es posible escribir la ecuación de lazo cerrado para la cada extremidad:

Para la cadena 1.

$$\overline{OA} = \overline{OP} + \overline{PD} + \overline{DA} \tag{3.1.3}$$

Expresando los componentes de ecuación de lazo cerrado para la cadena 1, donde el Alpha ( $\alpha$ ) es el ángulo de la junta pasiva

$$\begin{aligned}
x_A &= x_P + a_1 \cos \theta_1 + b_1 \cos(\theta_1 + \alpha_1) \\
y_A &= y_P + a_1 \sin \theta_1 + b_1 \sin(\theta_1 + \alpha_1)
\end{aligned}
\tag{3.1.4}$$

Como las coordenadas de la plataforma se encuentran en el origen del sistema de referencia  $\{x_P, y_P\} = \{0, 0\}$ , donde el ángulo de Alpha a pertenecer a una junta pasiva se puede eliminar del sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned}
x_A &= a_1 \cos \theta_1 + b_1 \cos(\theta_1) \\
y_A &= a_1 \sin \theta_1 + b_1 \sin(\theta_1)
\end{aligned}
\tag{3.1.5}$$

Sumando el cuadrado del sistema de ecuaciones y simplificando se tiene

$$x_A^2 + y_A^2 - 2x_A a_1 \cos \theta_1 - 2y_A a_1 \sin \theta_1 + a_1^2 - b_1^2 = 0 \tag{3.1.6}$$

Conociendo la localización  $(x_G, x_G, \phi)$  de la plataforma móvil. Para ello se puede analizar cada cadena cinemática de la plataforma planar.

$$e_1 \sin \theta_1 + e_2 \cos \theta_1 + e_3 = 0 \tag{3.1.6.1}$$



Donde

$$\begin{aligned}
 e_1 &= -2y_A a_1 \\
 e_2 &= -2x_A a_1 \\
 e_3 &= x_A^2 + y_A^2 + a_1^2 - b_1^2
 \end{aligned}
 \tag{3.1.6.2}$$

Utilizando identidad de tangente del ángulo medio en este caso para los ángulos hallar  $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$

$$\sin \theta_i = 2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) = \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}$$

(3.1.7)

$$\cos \theta_i = 2 \cos^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) - 1 = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}$$

La expresión anterior se simplifica y reduce en:

$$t_i = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

(3.1.8)

Replantando la ecuación \*

$$e_1 \left(\frac{2t_1}{1+t_1^2}\right) + e_2 \left(\frac{1-t_1^2}{1+t_1^2}\right) + e_3 = 0$$

(3.1.6.3)

Y reorganizando términos

$$(e_3 - e_2)t_1^2 + 2e_1t_1 + e_2 + e_3 = 0 \quad (3.1.6.4)$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática se obtiene:

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-e_1 \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - e_3^2}}{e_3 - e_2} \right) \quad (3.1.6.5)$$

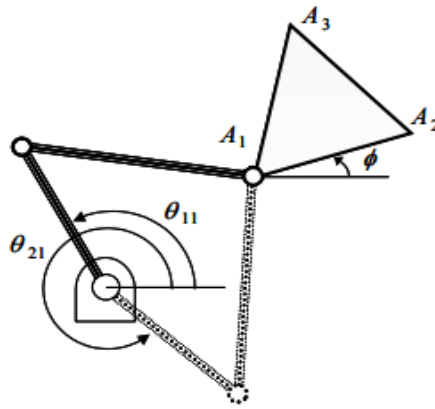


Figura 29 Soluciones del modelo cinemático inverso. [21]

De la anterior solución se obtiene dos soluciones para  $\theta_1$ , las cuales corresponden a las dos posibles configuraciones de la cadena cinemática figura 29.

$$\overline{OA} = \overline{PD} + \overline{DA} \quad (3.2)$$

Para la cadena cinemática 2 y hallar  $\theta_2$

$$\overline{AO_2} = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EQ} + \overline{Q} \quad (3.2.1)$$

$$e_4 \sin \theta_2 + e_5 \cos \theta_2 + e_6 = 0 \quad (3.2.2)$$

Dónde:

$$\begin{aligned}
e_4 &= -2y_A a_2 \sin \theta_2 + 2y_Q a_2 \sin \theta_2 - 2a_2 h \sin \theta_2 \sin \emptyset \\
e_5 &= -2x_A a_2 \cos \theta_2 - 2a_2 h \cos \theta_2 \cos \emptyset + 2x_Q a_2 \cos \theta_2
\end{aligned} \tag{3.2.3}$$

$$e_6 = x_A^2 + y_A^2 - 2x_A x_Q + x_Q^2 + h^2 + a_2^2 - b_2^2 + 2x_A h \cos \emptyset + 2y_A h \sin \emptyset - 2x_Q h \cos \emptyset$$

Donde resolviendo la ecuación 3.2.2

$$\theta_2 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-e_4 \pm \sqrt{e_4^2 + e_5^2 - e_6^2}}{e_6 - e_5} \right) \tag{3.2.4}$$

De la anterior solución se obtiene dos soluciones para  $\theta_2$ , las cuales corresponden a las dos posibles configuraciones de la cadena cinemática.

Para la cadena cinemática 3 y hallar  $\theta_3$

$$\overline{A0_3} = \overline{AC} + CF + FR + R \tag{3.3}$$

$$e_7 \sin \theta_3 + e_8 \cos \theta_3 + e_9 = 0 \tag{3.3.1}$$

Dónde:

$$e_7 = -2y_A a_3 \sin \theta_3 + 2y_R a_3 \sin \theta_3 - 2a_3 h \sin \theta_3 \sin \left( \emptyset + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$e_8 = -2x_A a_3 \cos \theta_3 - 2a_3 h \cos \theta_3 \cos \left( \emptyset + \frac{\pi}{3} \right) + 2x_R a_3 \cos \theta_3 \tag{3.3.2}$$

$$\begin{aligned}
& e_9 = x_A^2 + y_A^2 - 2x_A x_R - 2y_A y_R + x_R^2 + y_R^2 + h^2 + a_3^2 - b_3^2 \\
& + 2x_A h \cos \left( \emptyset + \frac{\pi}{3} \right) + 2y_A h \sin \left( \emptyset + \frac{\pi}{3} \right) + 2x_R h \cos \left( \emptyset + \frac{\pi}{3} \right) - 2y_R h \sin \left( \emptyset + \frac{\pi}{3} \right)
\end{aligned}$$

Donde resolviendo la ecuación 3.3.2

$$\theta_3 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-e_7 \pm \sqrt{e_7^2 + e_8^2 - e_9^2}}{e_9 - e_7} \right) \quad (3.3.3)$$

De la anterior solución se obtiene dos soluciones para  $\theta_3$ , las cuales corresponden a las dos posibles configuraciones de la cadena cinemática. Dando solución a cada cadena cinemática. Tendremos en total ocho posibles posturas o modos de trabajo de la plataforma planar cinematicamente diferentes [22] Cuando consideramos el rango completo de orientaciones que la plataforma planar puede alcanzar. Una de estas configuraciones se da Cuando las cadenas se encuentran totalmente estiradas o dobladas, se considera singular, otra posibilidad es cuando el resultado de la raíz no es real, esto implica que la plataforma móvil no puede alcanzar una localización determinada.

## 2.4. Configuraciones Singulares

Las configuraciones singulares son la posiciones en el espacio a las no puede llegar el efector final (base móvil); las singularidades reducen el espacio del trabajo efectivo de la plataforma, un análisis de las mismas permite establecer estrategias que eviten alcanzar estas configuraciones, que ocasionan que la plataforma pierda o gana uno o más grados de libertad instantáneamente; estas singularidades se presentan en los límites del espacio del trabajo [18]

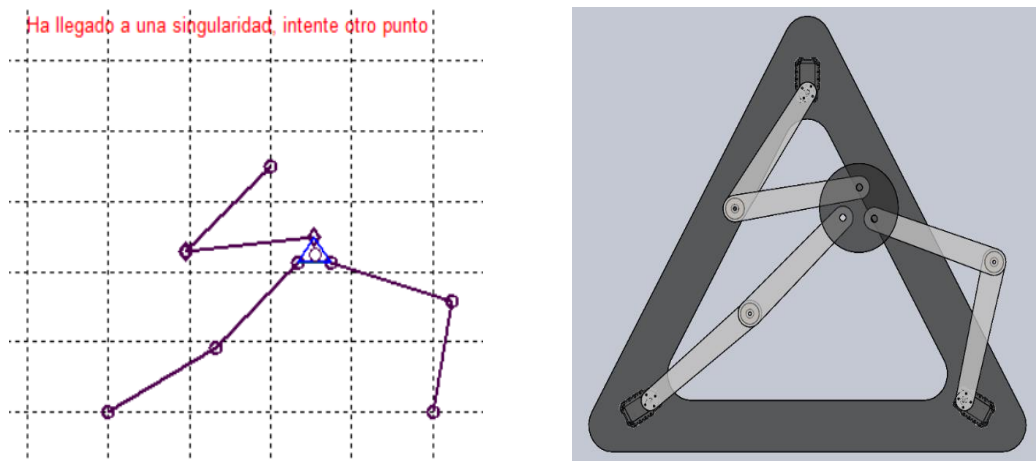
Cuando se presenta singularidades en el interior del espacio del trabajo pueden ocasionar que se pierda el control de manipulador. Imposibilitando el manipulador para alcanzar algunos puntos de la trayectoria sea necesario pasar por un de estos puntos que causan singularidad. Además que puede producir infinitas fuerzas sobre las juntas lo cual puede conllevar a la fractura de la estructura.

### 2.4.1 Singularidades de cinemática inversa

Se dice que existe una singularidad de la cinemática inversa cuando el determinante del  $J_0$  tiende a cero:

Esto implica movimiento infinitesimales de la plataforma móvil a lo largo de ciertas direcciones no pueden alcanzar estos puntos donde se considera que la plataforma móvil se vuelve resistente al torque aplicado sobre la misma. Esto se observa en la estructura cuando una o más eslabones se encuentran completamente extendidos o

completamente doblados. Este tipo de singularidad ocasiona que la plataforma pierda uno o más grados de libertad.

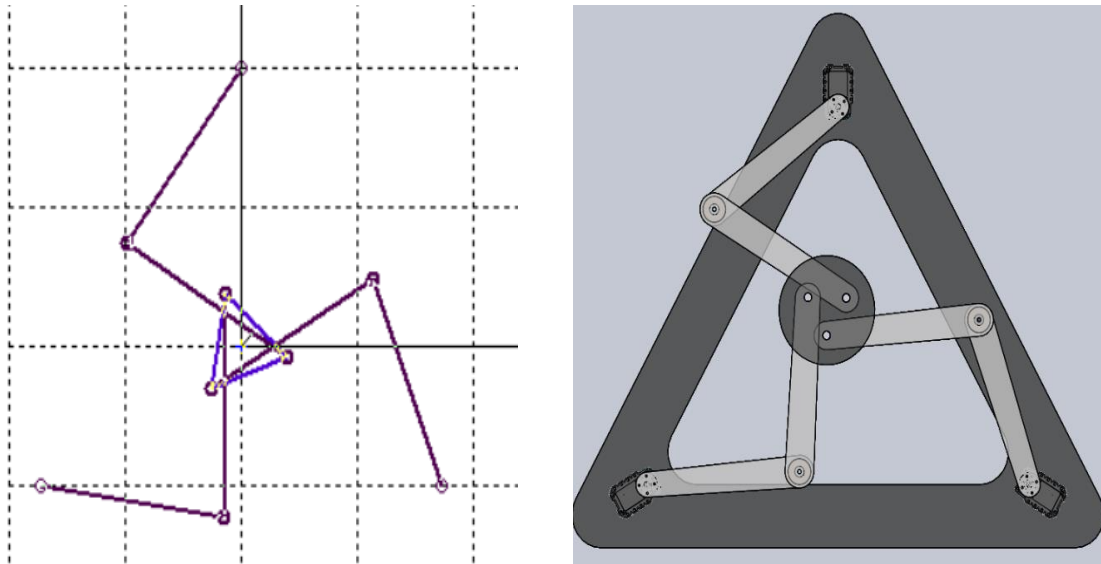


*Figura 30 Singularidad cinemática inversa en CAD 2D y 3D*

#### 2.4.2 Singularidades de cinemática directa.

Este tipo de singularidad se produce cuando el determinante de  $J_x$  tiende a cero; ocasionando que se produzcan movimientos infinitesimales de rotación o traslación y se presenta dentro del espacio de trabajo.

En los actuadores de la plataforma están bloqueados, la velocidad de la plataforma móvil es diferente a cero, omitiendo que las velocidades de los actuadores son cero [15], en este tipo de singularidad encontramos que la plataforma móvil gana uno o más grados de libertad los cuales no se pueden controlar. Esta se presenta cuando existe un único centro instantáneo para la plataforma móvil. A su vez ocasionando que el mecanismo pierda rigidez. Lo cual representa en la estructura no resista o presente balanceo externo sobre la plataforma móvil lo cual puede producir el que el sistema colapse.



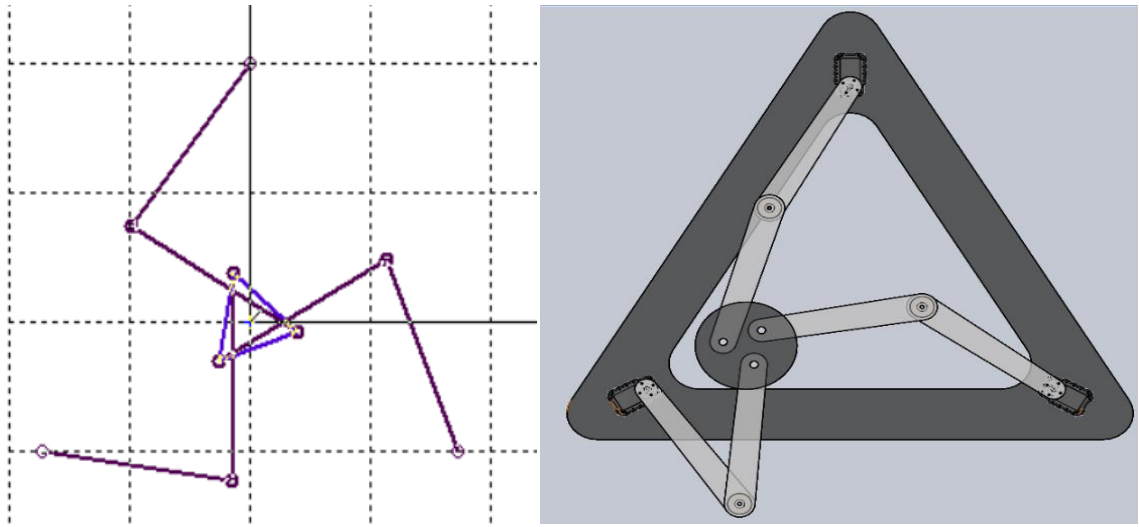
*Figura 31 Singularidad cinemática directa en CAD 2D y 3D*

### 2.4.3 Singularidades de cinemática combinadas.

Son producidas cuando los determinantes de  $J\theta$  y  $Jx$  son cero; el cual es común en robots espaciales. La plataforma móvil experimenta movimiento mientras los actuadores se encuentran fijos o no responder al movimiento de los mismos si se encuentran activos

Teorema I. Un mecanismo paralelo  $3\overline{R}RR$  está en una configuración de singularidad inversa si y solo si una o más cadenas están extendidas completamente o dobladas de regreso [23]

Teorema II. Un mecanismo paralelo  $3\overline{R}RR$  está en una configuración de singularidad directa si y solo si un único centro instantáneo existe para la plataforma móvil y la base fija cuando todas las juntas activas están completamente bloqueadas [23]

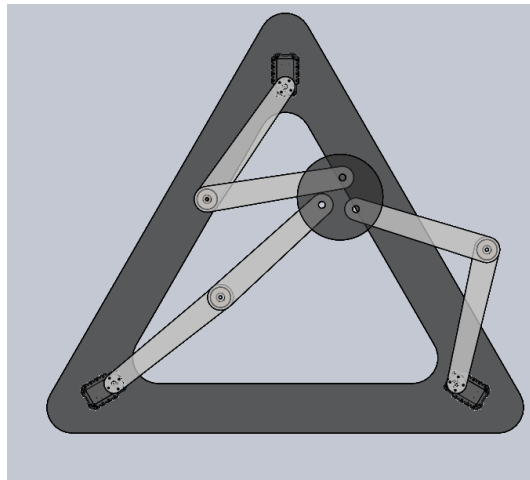


*Figura 32 Singularidad combinada en CAD 2D y 3D.*

#### 2.4.4 Singularidades Paralela.

Se presenta este tipo de singularidad cuando los ejes DA, EB, FC; se interceptan y tienen al infinito. Cuando se presenta esta configuración el mecanismo pierde el lazo de control.

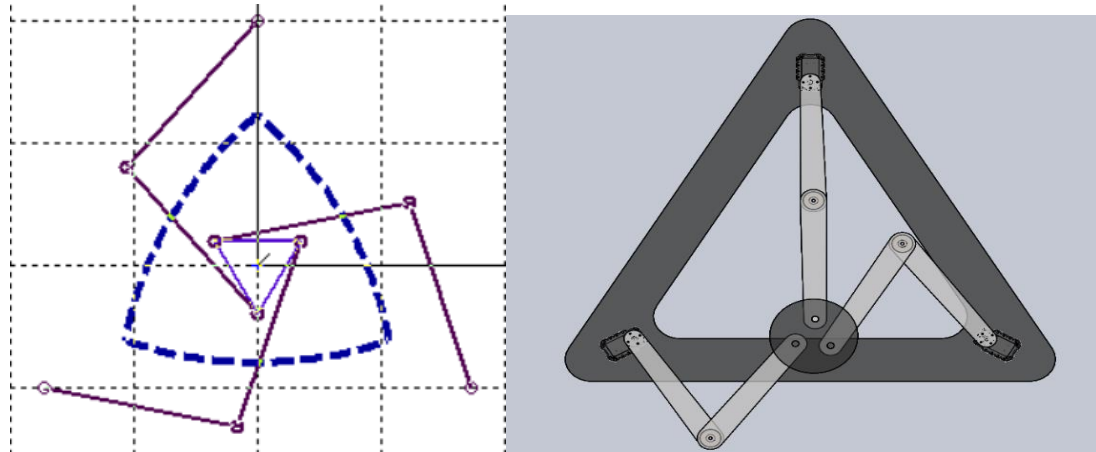
Se presenta este tipo de singularidad cuando los ejes DA, EB, FC; se interceptan y tienen al infinito. Cuando se presenta esta configuración el mecanismo pierde el lazo de control.



*Figura 33 Singularidad paralela directa en CAD 3D.*

### 2.4.5 Singularidades Serial.

Este tipo de singularidad es producida A, B o C se encuentran alineados. [9]

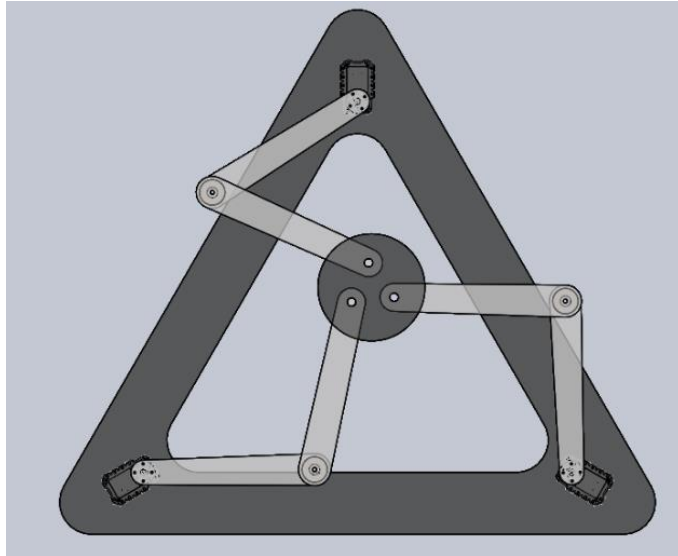


*Figura 34. Singularidad Serial directa en CAD 2D y 3D*

### 2.4.6 Singularidades Loci.

Se presentan cuando el mecanismo alcanza una configuración singular y no es eliminada con la restricción del movimiento del mecanismo en los límites del espacio de trabajo. Es producida cuando la plataforma móvil mantiene una orientación constante al cruzar el espacio de trabajo [22]; provocando que en algún momento se alinee uno de los lados con la plataforma móvil con uno de los eslabones de una de las tres cadenas cinemáticas.





*Figura 35 Singularidad Loci directa en CAD 3D*

## 2.5 Espacio de Trabajo.

El espacio de trabajo o campo de acción son todos los puntos del espacio que alcanza el efector final del robot, en el cual se encuentra restringido por las dimensiones geométricas del mecanismo y desplazamiento angular máximo de las articulaciones pasivas, los movimientos permitidos por cada articulación, sin que estos colisiones entre si y las limitaciones debido a singularidades. El espacio de trabajo es una de las posibles causas desacoplamiento del mecanismo.

Otras restricciones de un manipulador planar se encuentran relacionadas con respecto a los pares cinemáticos. Pero esto no implica que dentro del mismo no se encuentre delimitado por singularidades que pueden presentar los elementos que lo componen ocasionando que se pierda el control de la plataforma móvil.

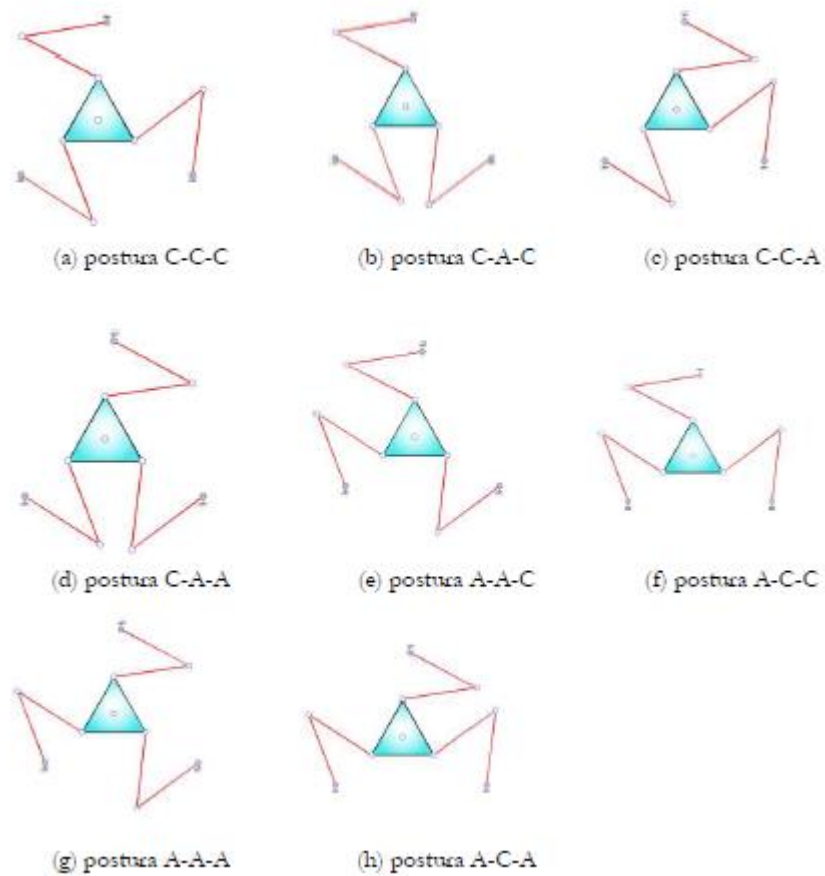
Para un robot planar el espacio de trabajo depende en gran medida de la orientación de la plataforma móvil, obteniendo un mayor espacio de trabajo cuando la orientación de la plataforma  $\Phi$  es cero, el espacio de trabajo se ve afectado cuando aparecen singularidades dentro de este, ocasionando dentro del mismo algunas regiones de limitación, lo cual puede conllevar que la plataforma quede totalmente inoperable, el volumen espacial para determinada posición y orientación de la plataforma móvil puede ser determinado a partir de del análisis de las cadenas cinemáticas por medio pares que fueron empleados para determinar la cinemática inversa; al obtener la orientación y

ubicación de cada una de las articulaciones. Al solucionar la ecuación da como resultado una raíz doble el manipulador se encontrara en una configuración singular inversa, lo cual implica que la cadena cinemática se encuentra totalmente estirada o sus eslabones están doblados en su totalidad. En otro caso si la solución de la raíz es imaginaria la solución no es alcanzable ni en posición y orientación de la plataforma.

La relación entre el espacio de trabajo y la orientación de la plataforma móvil con respecto a su ángulo  $\Phi$ , es inversamente proporcional, es decir mientras el ángulo de  $\Phi$  aumente el espacio de trabajo se reducirá, pero si este ángulo se mantiene cercano de cero el espacio de trabajo será mayor. Debido que en este tipo de mecanismo el espacio de trabajo es limitado, partiendo del conjunto de todas las posiciones y orientaciones que la plataforma puede alcanzar y cubrir en el volumen total espacial.

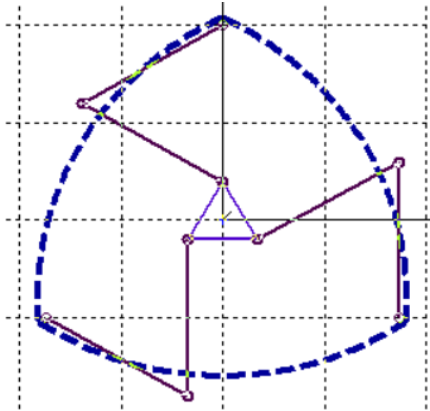
La plataforma planar  $3\overline{R}RR$  tiene ocho posibles posturas del mecanismo correspondientes a una ubicación y orientación de la plataforma móvil, para determinar el espacio de trabajo se considera. [20]

- Longitud de los eslabones son iguales
- La plataforma fija y móvil suponen un triángulo equilátero
- Las juntas activas de cada cadena son las que están conectadas a la plataforma fija, las demás juntas son pasivas.

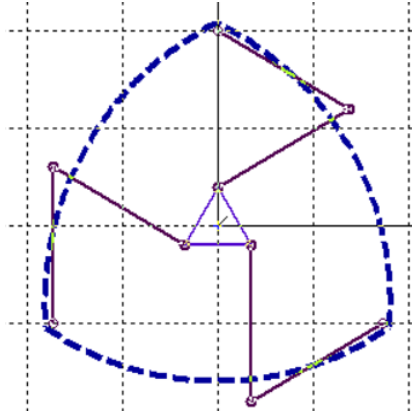


**Figura 36. Posibles posturas del mecanismo 3RRR [20]**

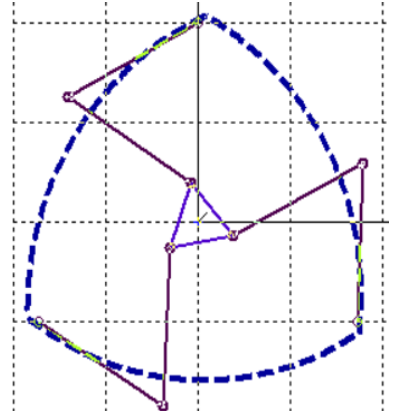
En la figura 35 visualizamos las ocho posibles combinaciones de la cual la tipología A se utiliza para denotar codo abajo y el C codo arriba, teniendo presente que cada tipología representa una cadena cinemática en el caso de la plataforma planar se encuentra integrada por los dos eslabones. El análisis gráfico donde se evidencia que la mejor configuración para implementar C-C-C y trabajar espacio de trabajo ideal, debido que conforme con la plataforma se encuentra en el límite de los extremos, lo que no implica que dentro de este espacio de trabajo no se presente singularidad cinemática directa, lo cual conlleva que la plataforma móvil no realice un barrido en la totalidad del volumen espacial.



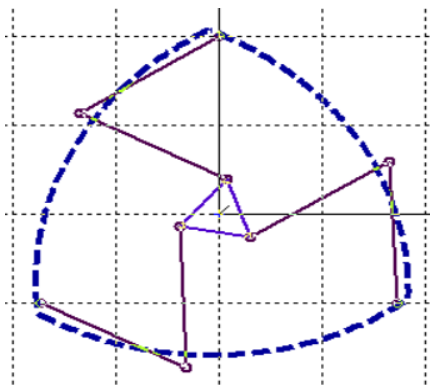
Espacio de trabajo  $\Phi=0$   
Configuración C-C-C



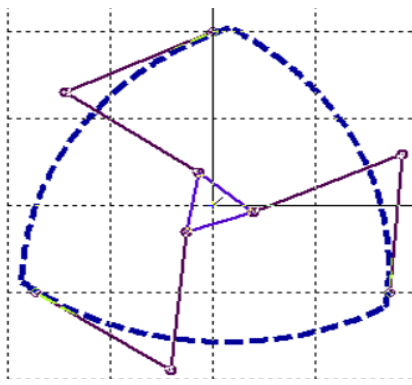
Espacio de trabajo  $\Phi=0$   
Configuración A-A-A



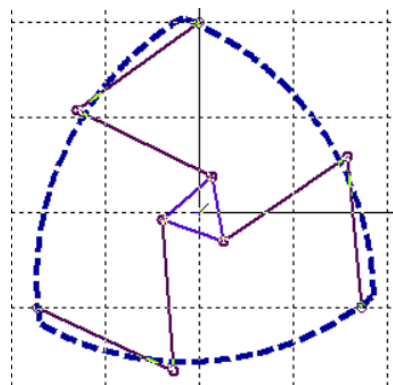
Espacio de trabajo  $\Phi=10$   
Configuración C-C-C



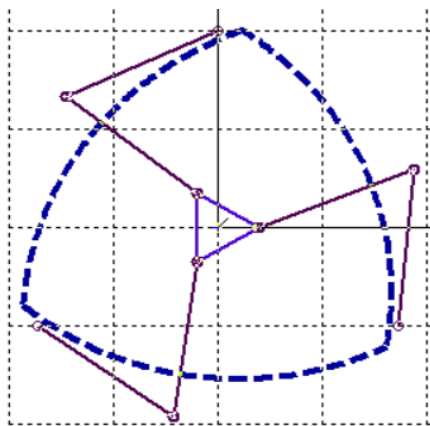
Espacio de trabajo  $\Phi=-10$   
Configuración C-C-C



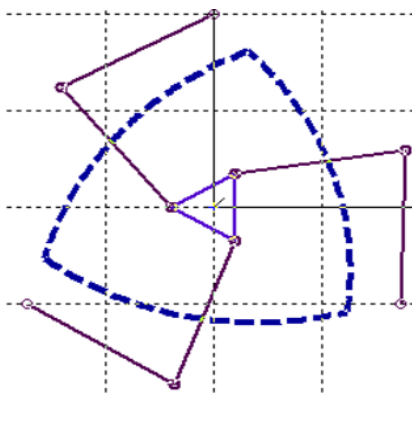
Espacio de trabajo  $\Phi=20$   
Configuración C-C-C



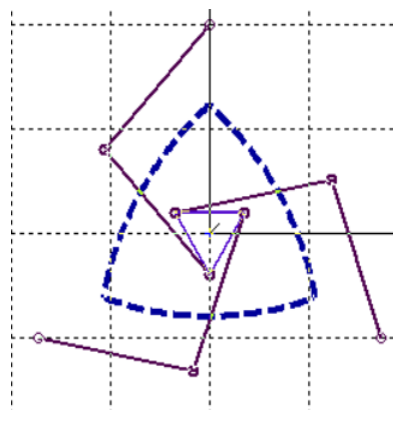
Espacio de trabajo  $\Phi=-20$   
Configuración C-C-C



Espacio de trabajo  $\Phi=-30$   
Configuración C-C-C



Espacio de trabajo  $\Phi=-90$   
Configuración



Espacio de trabajo  $\Phi=-180$   
Configuración C-C-C

*Tabla 1 configuración C-C-C & A-A-A y espacio de trabajo con  $\Phi$ .*

El espacio de trabajo se encuentra presentado por método de gráfico; con la representación del modelo cinemático inverso no es posible determinar algunas configuraciones de singularidades, El modelo inverso es posible determinar si el punto es operable por las cadenas cinemáticas del mecanismo.

Al realizar el análisis donde se tiene presente las diferentes configuraciones y el grado de inclinación de la plataforma  $\Phi$ ; como se observa en la Tabal 1, al variar en el ángulo  $\Phi$ , se puede observar que al hacerlo diferente cero el espacio de trabajo se ve notablemente reducido. Con una configuración C-C-C y el ángulo  $\Phi=0$ , el espacio de trabajo que se encuentra demarcado en azul al realizar la comparación entre las imágenes evidente que el espacio de trabajo mayor; para poder hacer el análisis del espacio de trabajo se implementó el método gráfico, con el cual cada cadena cinemática está constituida de círculos cruzados o abiertos es decir codo abajo o codo arriba, con lo cual se puede observar que al cambiar orientación del ángulo (positivo, negativo), el perímetro se ve reducido y la orientación del espacio de trabajo cambia de orientación; del cruce de los círculos de los eslabones el volumen espacial que se tiene en cuenta para el análisis, el cual es óptimo cuando encuentre en los límites de los lados del triángulo equilátero que forma los tres actuadores fijos de la plataforma con respecto al sistema global  $\{X,Y, Z\}$ .

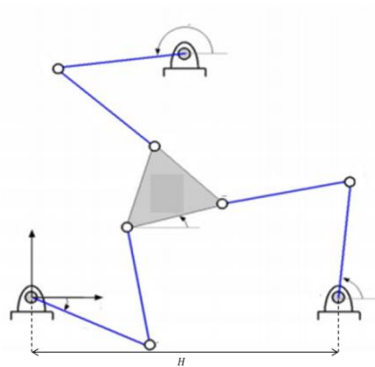
## CAPITULO 3

# DISEÑO DEL MECANISMO

### 3.1. Diseño Mecánico

#### 3.1.1. Diseño conceptual

Una vez realizado el análisis cinemático del robot paralelo planar 3RRR presentado mediante la Figura 37, además de la selección de la configuración de los eslabones del dispositivo y su postura, se plantea implementar la Ley de Semejanzas [17], con el objetivo de determinar las dimensiones ideales para los eslabones de las articulaciones y la base móvil y tener el menor número de configuraciones singulares dentro del espacio de trabajo. Esto se debe a que este tipo de robot cuenta con una gran variedad de configuraciones, ya sea en la postura de las articulaciones, o las dimensiones de las mismas, esto puede llegar a impedir el movimiento de la plataforma, ya q si las articulaciones son muy cortas o muy largas no podrá desplazarse y generara esas singularidades, otra razón de estas singularidades seria el tamaño de la base móvil, por este motivo es importante determinar las dimensiones por medio de esta Ley de Semejanzas.



*Figura 37 Configuración Plataforma 3RRR*

Una vez encontrada la configuración de la plataforma, se plantea obtener las dimensiones óptimas para el mecanismo, con el objetivo de evitar tener singularidades dentro del espacio de trabajo. Para esto se deberá seguir el concepto de la ley de semejanzas, en la cual se utiliza como valor principal la dimensión de  $H$ , que representa la distancia entre los orígenes de giro de los eslabones en la plataforma.

- Dimensiones base móvil

$$h = \frac{1}{10} * H$$

- Dimensiones eslabones de las articulaciones

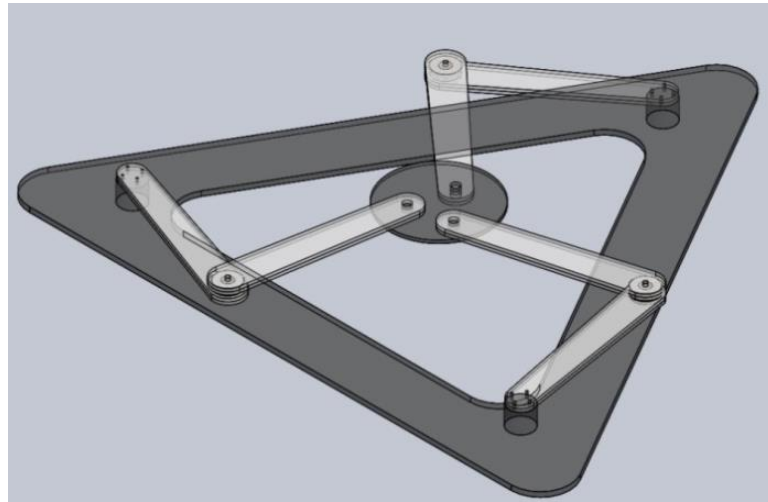
$$a = b = \frac{2}{5} * H$$

Con respecto a las ecuaciones anteriores, se puede determinar las dimensiones óptimas para el diseño, por lo tanto, si es otorgado un valor de 400mm a la variable  $H$ , la cual es la distancia entre los orígenes de giro en la plataforma, se obtendrá que  $h$ , la dimensión de la base móvil será un 10% de  $H$ , es decir, equivaldría a 40mm, mientras que determinando que los eslabones de las articulaciones  $a$  y  $b$  deben ser equivalentes al 40% de  $H$  la longitud de los eslabones, estos tendrán un valor de 160mm.

Una vez determinada las dimensiones de la plataforma se propone un diseño, considerando que inicialmente cada articulación está sujeta en su origen a un motor, y por consiguiente la base móvil estará al final de las articulaciones. Por otro lado, con el fin de evitar rozamiento entre las juntas pasivas, se plantea la implementación de un rodamiento de carga axial, a través del cual se facilitará el movimiento en la articulación, reduciendo los efectos de fricción en el mecanismo. De otro lado, en las uniones de la base móvil junto con las articulaciones, no se utiliza rodamiento puesto que allí, resulta necesario limitar el movimiento de ésta.

En el desarrollo del presente proyecto es utilizado el software SolidWorks®, el cual es una herramienta de diseño asistido por computador (CAD). Este permite proyectar el mecanismo mediante la construcción de modelos sólidos en el entorno de trabajo de la herramienta. Mediante ésta se realiza un diseño preliminar de la plataforma, utilizando las dimensiones encontradas para la construcción del dispositivo, obtenidas a partir la ley de

semejanzas. El diseño es presentado en la Figura 38, en cual se puede observar un primer acercamiento al diseño detallado del mecanismo, que se convertirá en el robot plana 3RRR.



*Figura 38 Plataforma 3RRR en CAD*

Para construir la estructura del mecanismo, se propone la utilización de Polimetilmetacrilato, cuyas características son expuestas mediante la tabla x. A partir de este serán fabricadas las piezas que conforman la base fija, en donde se posicionaran distintos elementos como los actuadores, los eslabones de las articulaciones y la base móvil.

Propiedad	Valor	Unidad
Elongación a la Rotura	2	%
Módulo de elasticidad a la tracción	30.000 32.000	$kg/cm^2$
Módulo de flexión	28.600	$kg/cm^2$
Módulo de la resistencia a la compresión	21.420	$kg/cm^2$
Resistencia a la compresión	1.020	$kg/cm^2$

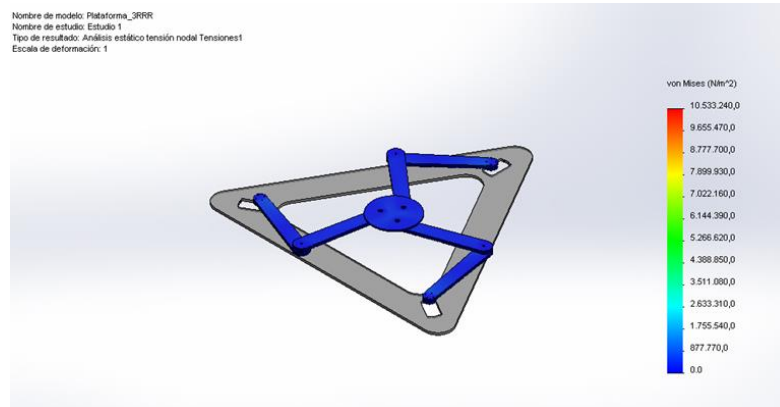


Resistencia a la tracción	700	$kg/cm^2$
Resistencia a la flexión	1.020	$kg/cm^2$
Peso lamina de 1x1x0.003m	3,808	$kg$

***Tabla 2 Propiedades mecánicas Polimetilmetacrilato [24]***

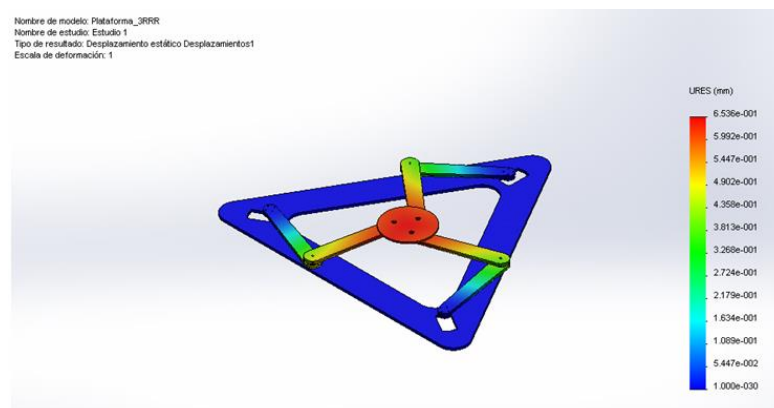
Las características expuestas en la tabla No 1, son configuradas en la herramienta Solidworks®. Esto con el objetivo de realizar un análisis sobre algunas características y condiciones mecánicas de la plataforma, empleando conceptos propios del área de elementos finitos [25]. Este análisis es desarrollado a partir del toolbox de SolidWorks®, el cual realiza un estudio estático del diseño preliminar, con el fin de evaluar la idoneidad del material para la construcción del mecanismo. Con esto se consigue determinar las deformaciones, tensiones y desplazamientos que podría tener la estructura en la posición de origen, en la cual el centro de masa de la plataforma se encuentra centrado, con respecto a los ejes de giro de los actuadores.

La figura 39 presenta el resultado del análisis de tensión, bajo una condición estable en la cual el mecanismo no tiene ninguna carga externa, y solo se encuentra sometido al peso de sus propios componentes. Mediante este análisis se puede inferir la estructura del robot planar 3RRR, no presenta grandes concentraciones de esfuerzo en sus articulaciones, ni tampoco en su plataforma central. Además de esto, también es corroborada la inexistencia de efectos adversos, teniendo en cuenta torques inferiores a los 0.3 Nm, correspondientes al valor necesario para conseguir el movimiento del mecanismo.



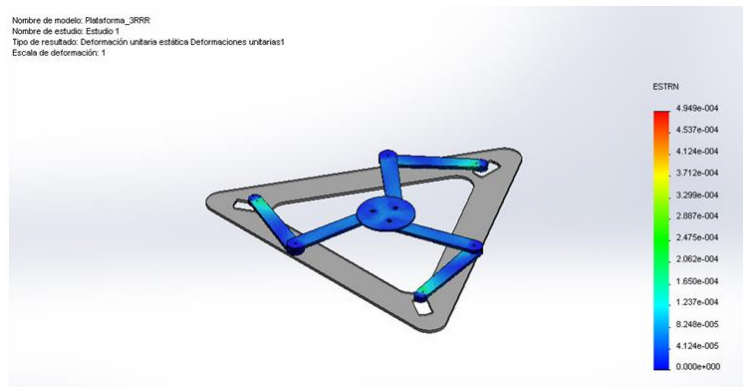
**Figura 39 Imagen Ilustrativa del análisis de tensión.**

Mediante la figura 40 se expone el análisis de desplazamiento presente en la estructura. Dicho estudio arroja como valor máximo de esta magnitud es equivalente a 0.065 mm, el cual se ubica en el centro de masa de la base móvil. Este valor se encuentra dentro de un rango admisible, debido a las características y en particular al módulo de Young, que este material posee. Además de esto, el presente estudio permite evidenciar que la base móvil posee la tendencia a generar un desplazamiento crítico en el eje Z, es decir, en dirección a la gravedad, el cual se debe a la acción generada por su propio peso.



**Figura 40 Imagen Ilustrativa del Desplazamiento estático.**

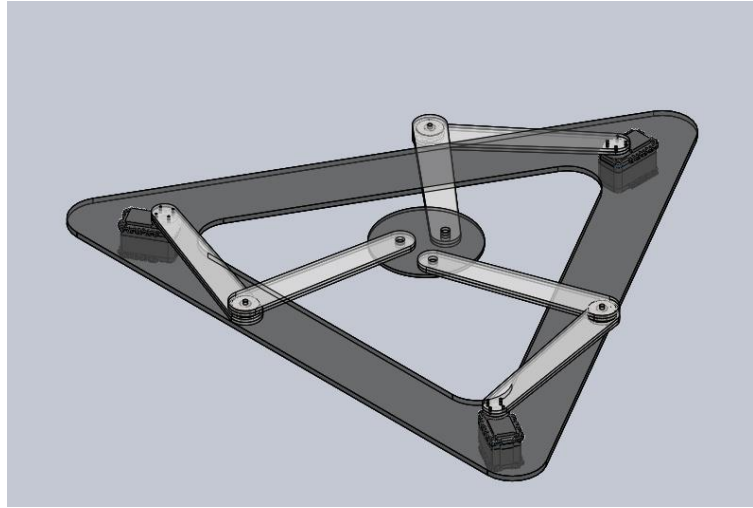
La figura 41 presenta una imagen ilustrativa de los resultados encontrados al realizar un análisis sobre la deformación unitaria en el mecanismo. Mediante este se puede apreciar como la deformación de la estructura, se concentra principalmente en los eslabones de las juntas activas de la plataforma, corroborando así que estos elementos sufren el mayor efecto generado por el peso total de la plataforma. Aunque la deformación se encuentra dentro de lo admisible por el material, no lograría deformar la estructura al límite elástico, lo cual generaría la ruptura sobre la articulación.



*Figura 41 Imagen Ilustrativa de la Deformación unitaria.*

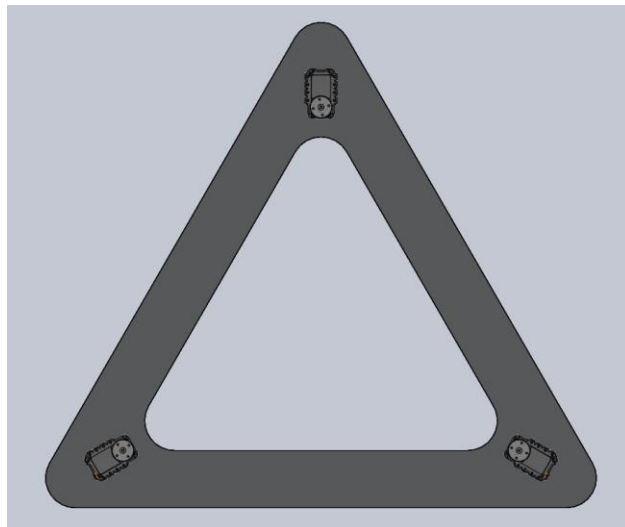
### 3.1.2. Estructura del Prototipo de Robot Planar 3RRR.

Mediante la figura 42, es presentada la estructura planteada para la construcción del robot planar 3RRR. Allí se ha tener en cuenta que el tipo de plataforma 3RRR, requiere actuadores capaces de generar rotación sobre los ejes perpendiculares a los orígenes de los eslabones. Por esta razón son elegidos los servo motores Dynamixel, los cuales ofrecen una buena precisión en el movimiento, junto con la capacidad de manejar la velocidad de rotación de los mismos y proporcionar el torque necesario para mover la estructura en simultáneamente.



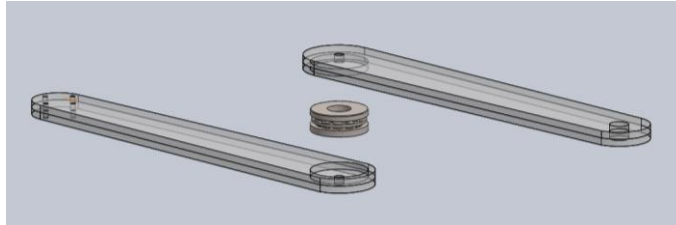
*Figura 42 Diseño plataforma 3RRR*

Dentro del ensamble en CAD de la plataforma se plantean unos materiales que se tendrán que fabricar para la conformación de cada una de las partes de la estructura, para la construcción se tendrán en consideración tres sub-ensamblajes, el primero de ellos será la base fija, como muestra la figura 43 esta base se encargara de ubicar los actuadores de tal forma que los centros de rotación de cada uno formen un triángulo equilátero entre ellos.



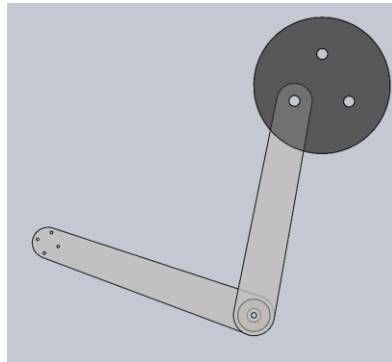
*Figura 43 Primer sub-ensamblaje Base Fija.*

El segundo sub-ensamblaje, figura 44, será la unión entre los eslabones de las articulaciones y el rodamiento que estará entre ellas para facilitar la rotación entre estas, permitiendo a las articulaciones mantener un centro de rotación fijo.



*Figura 44 Segundo sub-ensamblaje Articulación*

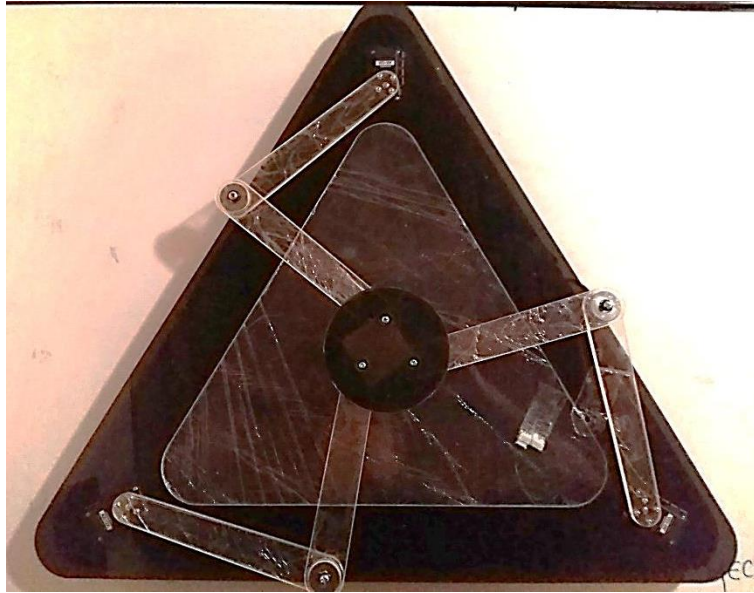
El tercer sub-ensamble, figura 45, será la conexión de la base móvil con las articulaciones, este parte del ensamble tendrá una unión que limite la movilidad en la unión entre las articulaciones y la base móvil, con el fin de evitar singularidades de tipo cinemática directa.



*Figura 45 Tercer Sub-ensamblaje Base Móvil*

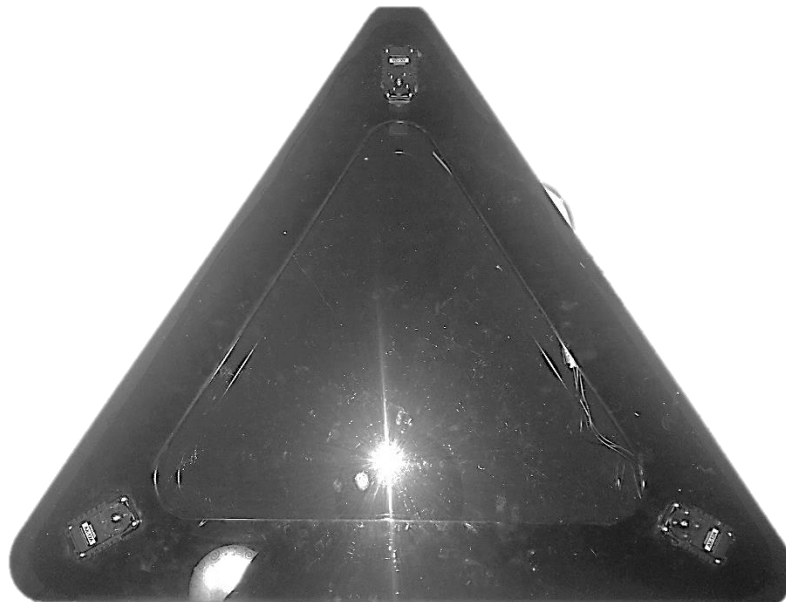
### 3.1.3. Construcción Prototipo.

Una vez terminado el diseño de la plataforma robótica 3RRR, el cual fue presentado en la figura 46, se procede a realizar la fabricación y posterior ensamble de los diferentes elementos que componen la misma. Mediante la figura 45, se muestra el resultado final de la estructura robótica antes mencionada, en el cual se puede observar la integración de los actuadores electromecánicos, junto con la estructura del mecanismo. Una vez construido el prototipo se plantea la conexión con el diagrama eléctrico propuesto más adelante para poder unificar el prototipo físico con el software para su control.



*Figura 46 Prototipo Plataforma 3RRR*

Para la construcción se inició con los subensamblaje ya propuestos en el capítulo anterior, por consiguiente el primer ensamblaje fue acoplar los actuadores con la base fija cumpliendo entre los centros de estos que se formara el triángulo equilátero como lo muestra la figura 47.



*Figura 47 Base Fija*

Mediante la figura 48, se muestra la conformación de uno de los eslabones de la estructura mecánica del prototipo. De acuerdo a lo planteado anteriormente, es utilizado el polimetilmetacrilato para la construcción de las partes que conformaran la plataforma como la base, los eslabones y la base móvil. A partir de la figura 49, también se puede apreciar la junta entre los dos eslabones, la cual integra un rodamiento de carga axial, mediante el cual se reduce la fricción entre los elementos, y con esto los efectos que estas condiciones puedan generar sobre el modelo dinámico del dispositivo robótico.

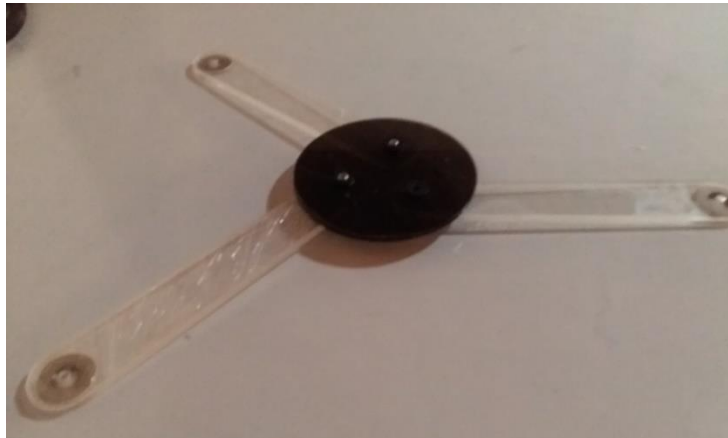


*Figura 48 Eslabón 1 de la articulación*



*Figura 49 Imagen de la Articulación del Mecanismo.*

En la articulación se coloca un rodamiento de carga axial de con el fin de aumentar la movilidad dentro de este mientras que en la junta pasiva que se unirá con la base móvil se coloca una pieza polimérica, la cual aumenta la resistencia en este punto y minimizar el movimiento, debido a que a mayor movimiento podría generar singularidades dentro del espacio de trabajo Figura 50.



*Figura 50 Base móvil*

#### 3.1.4 Análisis de la construcción

En la construcción del prototipo se debe tener en cuenta la destreza y manipulación del mismo las cuales se encuentran relacionadas con las diferentes configuraciones de singularidad del mismo. La capacidad de la plataforma para tomar cada posición determinada dentro de su espacio de trabajo.

Se debe evaluar la posición actual del centro de la plataforma y al punto al cual debe llegar, considerando el volumen espacial por donde puede desplazarse y evitando estar próxima a puntos de singularidad. Debido que esto se encuentra cuantificado de manera numérica por medio del determinante de las matrices Jacobinas del sistema. Al realizar la implementación del sistema en físico de la plataforma planar se debe tener presente los errores en construcción y fabricación del prototipo.

Lo cual ocasiona que la precisión obtenida igual a la determinada por medio del estudio de la estructura por medio del CAD. Para esto es necesario realizar un estudio de las posibles holguras. Las imperfecciones con respecto al desvío construcción del mecanismo para garantizar las estructuras geométricas que fueron consideradas en el estudio de posicionamiento del mecanismo como lo son paralelismo, la perpendicularidad entre los elementos y el estudio de movimientos que se realizaron en la estructura con desacoples teóricos. A lo cual la cinemática del manipulador se ve afectada de manera física casusa de estas imperfecciones



Las características cinemáticas del mecanismo y la rigidez del mismo, son variables con la posición del manipulador, se debe tener presente que los elementos que forman parte del mecanismo físico son flexibles. La rigidez que ofrece la plataforma depende en gran medida de las dimensiones de los elementos y materiales implementados en la construcción de prototipo. Para contar con una aproximación real se emplea un estudio mediante elementos finitos.

Los factores que se deben tener presentes en cuanto la calidad de una maquina o mecanismo son la exactitud, repetitividad y resolución del conjunto de componentes la manera de ensamble o relación que tienen unos con otros dentro sistema.

La exactitud es error máximo traslacional o rotacional entre dos puntos en campo de trabajo del mecanismo, es decir la distancia entre la posición desea y la posición inicial. La exactitud depende de parámetros como la flexibilidad estructural de las articulaciones y los eslabones, el rozamiento entre articulaciones, la velocidad del actuador (servomotor).

La repetitividad del mecanismo se determina como la capacidad de retornar a la posición determinada en más de una oportunidad, la ausencia de la misma son limitaciones mecánicas de transmisión, rozamiento, histéresis o combinaciones de singularidad de la plataforma.

La resolución es el paso mecánico menor que el mecanismo de hacer durante el desplazamiento de una ubicación a otra. La resolución de la plataforma no la brinda los servomotores implementados.

## **3.2. Diseño Electrónico**

### **3.2.1. Estructura Diseño Electrónico**

Dentro de la implementación del robot paralelo planar 3RRR se requiere una estructura electrónica para poder entablar una comunicación entre el software y la plataforma, con esto se pretende obtener una comunicación como la que se representa en la figura 51, esta estructura requerirá un listado de materiales adicionales a los que se presenta en el diagrama



*Figura 51 Esquema electrónico*

### 3.2.2. Selección de Materiales.

Dentro de la selección de materiales se dará una descripción de cada uno de los elementos que comprenderán el hardware del diseño y de cómo se deberán conectar para el debido funcionamiento del software así como algunas consideraciones que tiene estos dispositivos para su correcto funcionamiento.

Habiendo tenido ya unas consideraciones mecánicas para la selección del actuador, las cuales nos permitirían asegurar un correcto funcionamiento del prototipo, ahora describiremos el funcionamiento electrónico de estos dispositivos y como se pretende utilizar para el modelo. Este tipo de actuador son los servos Dynamixel AX-12<sup>a</sup>, figura 52.



*Figura 52 Dynamixel*

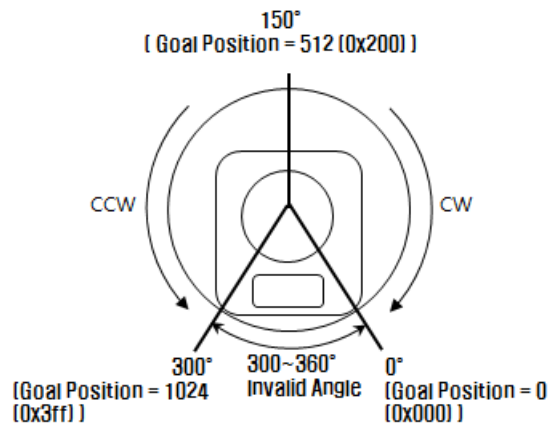
Los servos del tipo Dynamixel son los dispositivos más avanzados dentro de su clasificación que se pueden encontrar actualmente en el mercado, convirtiéndose en un factor común en la nueva generación de mecanismos robóticos en el mundo, los tipo

AX-12A son servos de gama media dentro de estos, cuentan con un micro controlador es el encargado de controlar los movimientos del servo, los sensores internos, la comunicación con los dispositivos de externos al Dynamixel.



*Figura 53 Estructura Dynamixel AX-12<sup>a</sup>*

Este tipo de servos cuentan con un una caja reductora de engranajes la cual le permite llegar a tener un torque de 1.5 Nm a un voltaje continuo de 12v y una corriente de 1.5 A, con una velocidad máxima de 114 rpm y mínima de 0.111 rpm las cale son configurables por medio del control de velocidad interno del servo. Este servo en partículas tiene un área de trabajo de 0 a 300, figura 54, con un paso de 0.29 grados por unidad lógica asignada. Ya que la posición recibida por el servo esta codificada en bus de comunicación de 8 bit y para este estará dada en un numero de 0 a 1023 [26].



*Figura 54 Dynamixel límites de posición*

Los Dynamixel tienen un protocolo de comunicación Serial Asíncrona Half Duplex de 8 bits [26], la comunicación serial hace referencia a una comunicación en la cual la transmisión de cada uno de los bits de un carácter se transmite uno después del otro, siendo asíncrona esta comunicación se transmitirá la trama de datos con bit de inicio y

de parada cada vez que se transmita un carácter, indicando el inicio y fin de cada uno de estos, y para terminar la comunicación de este servo es Half Dúplex el cual le permite recibir órdenes de un controlador externo y a su vez comunicar a este los estados de los sensores internos, aunque esta comunicación no se puede realizar al mismo tiempo. [27] .

Para la comunicación del Dynamixel se seleccionó una tarjeta CDS55xx, figura 55, esta permite una conexión directa con una plataforma Arduino, Este dispositivo integra un circuito conversor Half Duplex y un regulador de voltaje, además de contar con un suministro de tensión independiente, exclusiva para la alimentación de los servos y el módulo Half Duplex. Además de contar con los respectivos conectores tanto para los servos como para la comunicación con la tarjeta Arduino.



*Figura 55 Tarjeta CDS55xx*

Para la comunicación entre el software y los Dynamixel se planteó utilizar una tarjeta Arduino la cual nos permitirá la comunicación serial entre los dos. Arduino es considerada una placa de hardware libre la cual integra un microcontrolador reprogramable y una serie de pines hembra unificados en un PCB, lo cual permite unir de forma fácil diferentes sensores y actuadores a esta.

Además de esto Arduino es considerada una plataforma de software libre, lo que representa los siguientes numerales de libertad [28]

- La libertad de usar el programa con cualquier propósito y en cualquier sistema informático.

- La libertad de estudiar el código fuente internamente el programa, y adaptarlo a las necesidades particulares. El acceso al código fuente es un requisito previo para esto.
- La libertad de distribuir copias.
- La Libertad de mejorar el programa y hacer públicas las mejoras a los demás, de modo que toda la comunidad se beneficie. El acceso al código fuente es un requisito para esto.

En este caso el papel desempeñado por la tarjeta Arduino es para la comunicación serial entre el software en el computador y los actuadores Dynamixel se puede utilizar perfectamente una Arduino UNO el cual nos da la facilidad de utilizar un puerto serial configurado por hardware y un puerto serial configurado por software.



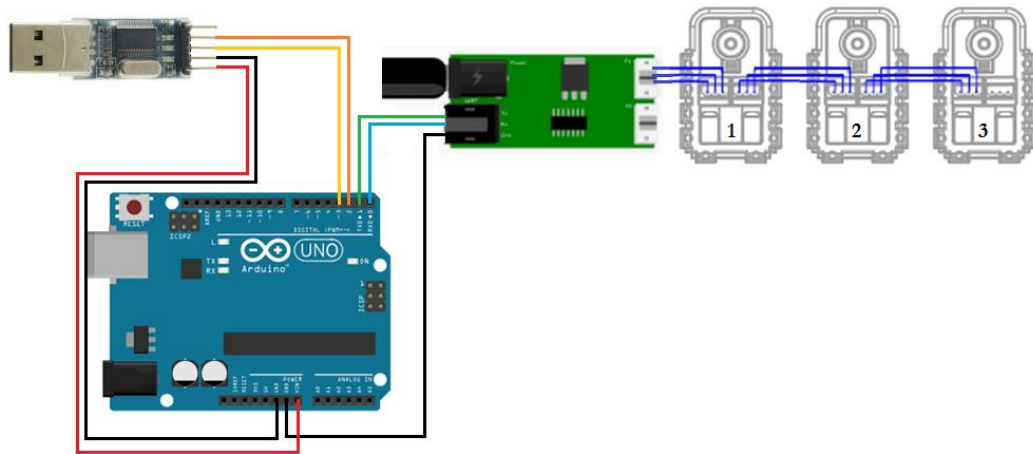
*Figura 56 Placa Arduino UNO*

El Puerto serial programado por software del Arduino necesitara de un dispositivo de conversión RS232 a USB con el cual e podrá entablar la comunicación con el computador. Este dispositivo es necesario ya que el puerto configurado por software tiene su salida por dos pines del puerto digital del Arduino.



*Figura 57 PL2302 Conversor Serial a USB*

En el siguiente esquema se plantea el cableado entre los distintos dispositivos que conforman el diseño eléctrico para el control de la plataforma a través del software.

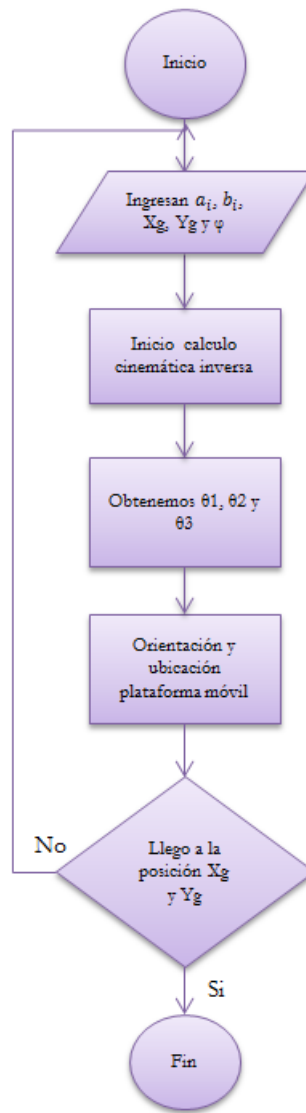


*Figura 58 Esquema de cableado.*

### 3.3. Diseño Interfaz Grafica

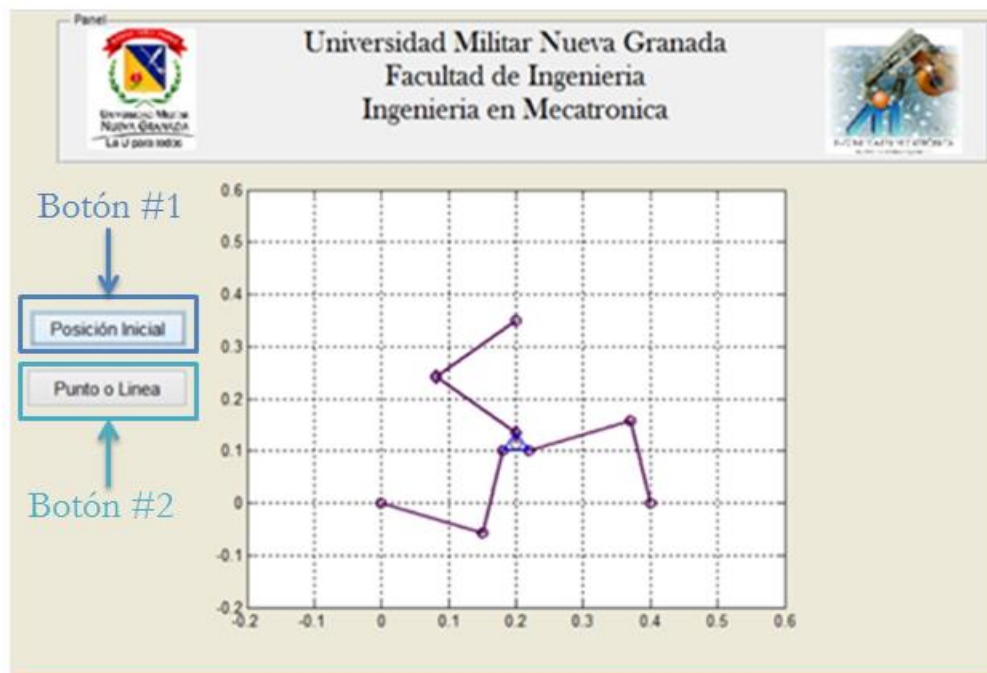
Para la implementación del software de control del robot paralelo planar 3RRR se plantea utilizar la plataforma de programación MATLAB, este software se presenta como una herramienta matemática el cual integra un entorno grafico el cual hace más fácil su manejo para realizar interfaz más amigable para el usuario. Este software ha sido implementado para aplicaciones de robótica gracias a su amplio manejo de funciones matemáticas, matrices, vectores, entre otras.

La estructura del programa pretende planificar trayectorias por medio de puntos que conformen una línea recta o curva. Graficando dentro de un espacio de trabajo un modelo en 2D el cual se posiciona de acuerdo a trayectoria así podremos simular el comportamiento de la plataforma. En la figura 59 podremos observar un diagrama de flujo que muestra la parte dentro del programa en el cual se simula el movimiento de la plataforma



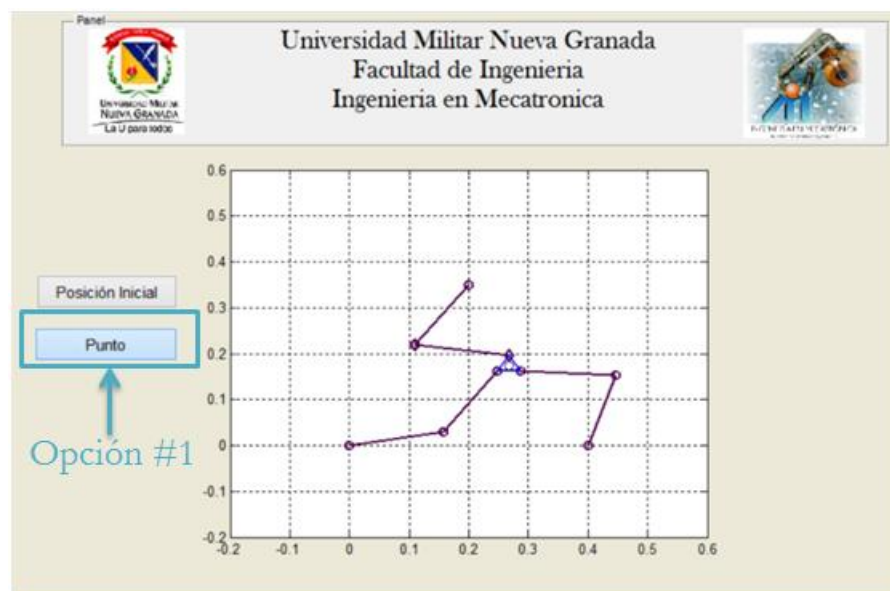
**Figura 59 Diagrama de flujo simulación**

La interfaz con la cual el usuario va a interactuar e encuentra en la figura 60, en donde lo que tenemos son dos botones principalmente el primero se encarga de posicionar nuestra plataforma en su punto inicial o home denominado "Posición Inicial"



*Figura 60 Interfaz grafica*

El segundo botón es el que nos permite seleccionar entre un Punto o una Línea, en la opción Punto el programa va a tomar el último punto en el que el mouse del ordenador realizó la acción de "click" y hará mover el diagrama en 2D hasta este punto



*Figura 61 Opción Punto*



La otra opción Línea permitirá al usuario deslizar el mouse a través de la pantalla de la interfaz y generar una trama de puntos que conformen una línea recta o curva

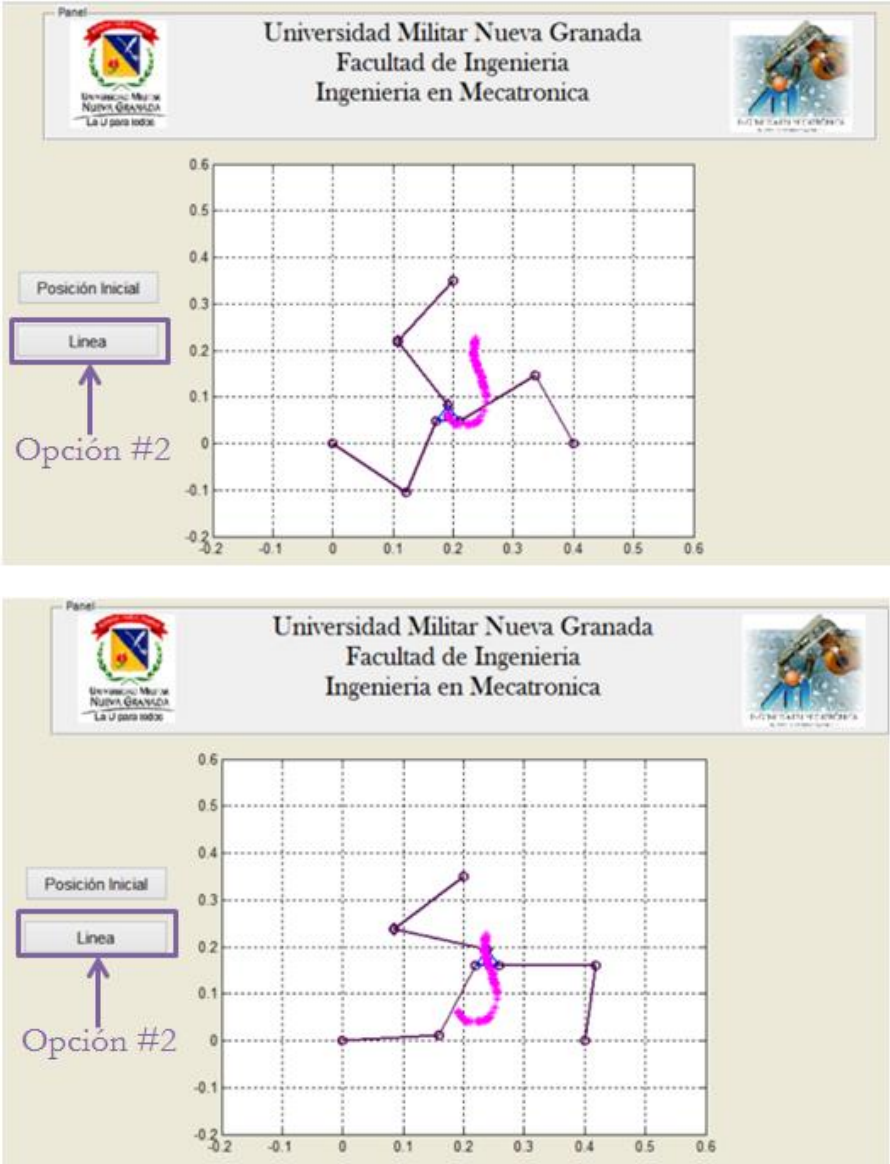


Figura 62 Opción línea

## CAPITULO 4

# ANALISIS DE RESULTADOS

- Los trazos lineales que se realizan mediante software, son ejecutados por la plataforma física de manera correcta si se realiza mediante el método de puntos, con el cual es posible realizar la configuración del número de ejecuciones con el cual se desea que llegue la plataforma móvil al punto deseado.
- Los servomotores – Dynamixel, nos permite confirmar que el valor enviado sea el valor ejecutado por actuador, debido que se puede obtener la posición en la cual se encuentra actualmente, utilizar este tipo motores nos permite tener mayor grado de precisión y un sistema de supervisión implementado por medio del Arduino la confirmando que el ángulo al cual llego el actuador es el mismo que se calculó desde el software de Matlab.
- En las trayectorias curvilíneas presentan mayor dificultad en el acoplamiento entre el software y el mecanismo en físico debido que se presentan singularidades de tipo Loci, en la cual el movimiento de la plataforma móvil se ejecuta dentro del espacio del trabajo pero al mantener la orientación fija, debido que el ángulo  $\Phi$  se mantiene en cero, para maximizar el campo de acción.
- Cuando la velocidad del actuador rotacional es muy alta, tiene como resultado un torque de gran magnitud lo cual produce que las juntas pasivas que unen la base móvil y las cadenas cinemáticas colisionen y genere una configuración de singularidad cinemática inversa.
- Es inevitable que produzcan movimientos infinitesimales de rotación o traslación y se presenta dentro del espacio de trabajo.
- Debido que los actuadores no necesita soportar más que el peso de la carga útil, la cual se encuentra ubicada en la plataforma móvil, se puede seleccionar cadenas cinemáticas más ligeras; otorgando beneficio con respecto al diseño y ensamble de peso ligero, con lo cual opera alta velocidad y mejora en razón de carga-peso.
- El espacio de trabajo es limitada debido que la plataforma móvil es parte de una cadena cinemática cerrada y esta unidad a la plataforma fija del sistema. lo cual implica no contar con un método formal para el análisis cinemático del manipulador paralelo, el análisis depende de la configuración geométrica.

## **TRABAJOS FUTUROS.**

La integración de dispositivos robóticos en la industria, ha permitido a un grupo de compañías, incrementar su producción y la calidad de sus productos, la cual está relacionada con la precisión y exactitud de las herramientas con que han sido elaborados. Con esta motivación se propone, iniciar una exploración de aplicaciones para los robots 3RRR, basados en el tipo de estructura expuesta a lo largo del presente desarrollo. Esto requiere, realizar un estudio de las características requeridas en células específicas de manufactura, donde se desarrollan actividades propias de la industria como corte de distintos metales, y la fabricación de piezas.

La reciente aparición de la tecnología de prototipado rápido de sólidos, mediante las impresoras tridimensionales, a través de las cuales son fabricadas piezas de alta complejidad geométrica, abren un campo de aplicación para los robots planares 3RRR. Para realizar un aporte a este campo de la ingeniería, surge la necesidad de la integración de un dispositivo auxiliar al dispositivo robótico, que realice movimientos en el eje normal a la superficie de la base del mismo. Con la implementación de esta herramienta, se pretende desarrollar una estructura que permita evaluar las características de la plataforma robótica desarrollada, en el área de la manufactura aditiva.

Por otro lado, en la industria ha surgido la necesidad de integrar múltiples dispositivos robóticos, con el objetivo de atender tareas en común. Este tipo de prácticas se encuentran enmarcadas bajo el concepto de robótica cooperativa. En este orden de ideas se propone a futuro, integrar la plataforma robótica desarrollada en el presente proyecto, junto con otros dispositivos robóticos como manipuladores. Esto tiene como objetivo estudiar el posible potencial de aporte a la industria por parte de esta estructura robótica, en la optimización de recursos y la disminución de los tiempos de producción.

## CONCLUSIONES.

En un plano general, se puede concluir que la integración de múltiples áreas de la ingeniería como el diseño mecánico, la electrónica, el desarrollo de software, pueden ser desarrollados distintos dispositivos, capaces de atender a distintos tipos de necesidades. Una muestra de ello es el robot planar 3RRR, el cual integra las áreas mencionadas con el objetivo desarrollar una plataforma dinámica, que permita el movimiento de distintos tipos de sólidos sobre un espacio bidimensional.

La arquitectura de solución propuesta para el robot planar 3RRR desarrollado en el presente proyecto, se caracteriza por ser un dispositivo versátil, debido a que plantea la disposición de una plataforma que permite la integración de diferentes dispositivos auxiliares y/o efectores finales, como inyectores de materiales poliméricos, además de herramientas de corte y definición de contornos, a partir de las cuales se puedan desarrollar productos, que reflejen la capacidad de desarrollar geometrías complejas y la precisión del robot paralelo.

De acuerdo a lo expuesto en el presente documento, se puede concluir que el robot planar 3RRR posee tres grados de libertad de carácter rotacional, a partir de los cuales se consigue realizar un movimiento de traslación en un plano bidimensional “XY”. Mediante estos desplazamientos pueden ser realizados distintos tipos de trayectorias, a partir de modelos matemáticos que establecen una relación, entre las variables de entrada correspondientes a la rotación de las articulaciones, y los efectos de traslación que estas generan sobre un punto de interés en la plataforma del robot.

El robot planar 3RRR, además de ofrecer realizar desplazamientos sobre un plano, permite realizar una rotación en torno a un eje ortogonal a la plataforma. Esto se logra a partir de un relacionamiento matemático, que define las rotaciones necesarias en cada una de las articulaciones, para conseguir un desfase deseado en la plataforma.

Los robots paralelos, como el dispositivo 3RRR estudiado anteriormente, permiten contar con una mejor distribución de la carga presente en su plataforma base. Esto se debe a que este tipo de dispositivos distribuye la responsabilidad de soportar la carga en tres actuadores rotacionales. De esta manera el torque necesario para cumplir las diferentes tareas disminuye, y con ello es posible reducir el tamaño de los actuadores y la energía que cada uno de estos requiere.

## REFERENCIAS

- [1] Barea Rafael, "Introducción a la Robótica," Madrid,.
- [2] Antonio Barrientos , Luis Felipe Peñín , Carlos Balaguer, and Rafael Aracil, *Fundamentos de Robótica*. Madrid: McGraw-Hill, 1997.
- [3] Rafael Aracil, Roque J Saltare, José M. Sabater, and Oscar Reinoso, "Robots Paralelos: Maquinas con un pasado para una robótica del futuro," *Revista Iberoamericana de Automatización e Informática Industrial*, pp. 16-28, 2006.
- [4] James E. Gwinnett, 1789680, 1931.
- [5] Marlon Jhair Lopez, Hector Fabio Riaza , and Darly Babeth Saravia, "Revision del estado del arte de manipuladores paralelos," *Scientia et Technia*, pp. 81-86, 2009.
- [6] D. Steward, "A plataforma with 6 degrees of freedom ," *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*, pp. 371-386.
- [7] Klaus Cappel, "Motion Simulator," 3.295.224, 1967.
- [8] A. Castañeda Miranda, R. López Ramírez, and V.M. Castaño, "Robot paralelo para la orientacion de superficies planas ,".
- [9] Philippe Wenger and Damien Chablat, "Kinematic Analysis of a class of analytic planar 3-RPR parallel manipulators,".
- [10] Yawei Yang, Wyoming Univ Laramie, and J. F. O'Brien , "Study Planar 3-RPR parallel robot singularity free workspace desing," 2007.
- [11] R. L. Williams and A.R. Joshi, "Planar Parallel 3-RPR manipulador," Ohio USA, 1999.
- [12] VH Arakelian and Mr Smith, "Desing of planar 3-DOF 3-RRR reactionless parallel manipulators ," *Mechatronics*, no. 18, pp. 601-606, Oct. 2008.
- [13] Guilin Yang' Weihai Chen' I-Ming Chen', "A Geometrical Method for the Singularity Analysis of 3-RRR Planar Parallel Robots with Different Actuation Schemes," in *Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne. Switlerland, 2002, pp. 2055-2060.
- [14] Ebert U., "INTRODUCING UNDERGRADUATE STUDENTS TO PARALLEL MANIPULATORS THROUGH LABORATORY

EXPERIMENTS," Georgia , 2002.

- [15] J.P. Merlet, *Parallel Robots.*: Springer, 2006.
- [16] R Norton, *Design of Machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines.*: Third edition, 1992.
- [17] M. N Cardona. (2015, Febrero) iee.org. [Online].  
[http://www.ewh.ieee.org/reg/9/etrans/ieee/issues/vol13/vol13issue2Feb.2015/13TLA2\\_04CardonaGutierrez.pdf](http://www.ewh.ieee.org/reg/9/etrans/ieee/issues/vol13/vol13issue2Feb.2015/13TLA2_04CardonaGutierrez.pdf)
- [18] Tsai L.W, *Robot Analysis. The mechanics of serial and parallel manipulators.* EUA: Wiley Interscience, 1999.
- [19] AJ Sommese, "Design Engineering Technical Conferences Advances in Polynomia Continuation for solving Problems in Kinematics," , Montreal, Canada, 2002.
- [20] Ricardo Yañez Valdez, "Resolucion de mecanismo paralelo planar 3RRR," Instituto Politecnico Nacional, Queretaro, Tesis 2007.
- [21] E Castillo Castañeda, "Calculo del modelo cinematico directo de un robot paralelo planar mediante un metodo iterativo," in *SOMI XVIII CONGRESO DE INSTRUMENTACION* , Mexico, ECC1841.
- [22] I.A Bonev, "Geometric analysis of parallel mechanisms Ph.D," Universite Laval Quebeq, 2002.
- [23] Chen Yang, "A geometrical method for the singularity analysis of 3RRR planar parallel robots with different actuation schemes.," Institute of Manufacturing Technology, Singapore, 2002.
- [24] Acrilico 100%. (2009, octubre) Uruguay334. [Online].  
<https://uruguay334.wordpress.com/2009/10/04/maquinado/>
- [25] Emmanuel Ruiz Márquez, Eusebio Eduardo Hernández Martínez , and Carlos S. López Cajún, "ESPACIO DE TRABAJO Y ANÁLISIS DE ESFUERZOS PARA UN," in *XV CONGRESO INTERNACIONAL ANUAL DE LA SOMIM*, CD. OBREGÓN, SONORA. MÉXICO , 2009, pp. 286-297.
- [26] Robotics. (2010) Support.Robotics. [Online].  
[http://support.robotis.com/en/techsupport\\_eng.htm#product/dynamixel/ax\\_series/dxl\\_ax\\_actuator.htm](http://support.robotis.com/en/techsupport_eng.htm#product/dynamixel/ax_series/dxl_ax_actuator.htm)

- [27] Louis E. Frenzel, *Sistemas Electronicos de Comunicaciones*, Primera Edicion ed. Mexico D.F., Mexico: Alfaomega Grupo Editor, 2003.
- [28] Óscar Torrente Artero, *Arduino. Curso práctico de formación*, Primera Edición ed. Madrid , España: RC Libros, 2013.
- [29] K. S. Fu, R.C. Gonzalez, and C.S.G. Lee, *ROBOTICA: control, detección, vision e inteligencia*. Madrid: McGraw-Hill.

## ANEXOS.

### ANEXOS A

#### CODIGO EN MATLAB PLATAFORMA 2D

```
%% Definición de Variables
```

```
global LongitudLadoTriangulo LongitudEslabon1 LongitudEslabon2
global CoordinadaYMotor1 CoordinadaXMotor1 CoordinadaYMotor2
CoordinadaXMotor2 CoordinadaYMotor3 CoordinadaXMotor3
global CoordinadaXCentro CoordinadaYCentro Phi
global theta11 theta12 theta21 theta22 theta31 theta32 Theta1 Theta2
Theta3 Alpha1 Alpha2 Alpha3
global diaota1 diaota2 diaota3
global MostrarAngulo
global k X Y
```

```
%% posición y orientación inicial de base móvil.
```

```
Phi = (0*pi/180); LongitudTriangulo=0.4;
UbicacionCentroBase = ((3^0.5)/3)*LongitudTriangulo;
```

```
Longitud=0.16; %% de los eslabones a y b
```

```
%% ubicación de los motores.
```

```
CoordinadaXMotor1 =0; CoordinadaYMotor1=0; CoordinadaXMotor2 =0.4;
```

```
%CoordinadaYMotor2=0; CoordinadaXMotor3 =0.2;
```

```
CoordinadaYMotor3=0.315;
```

```
UbicacionCentroBase = (sqrt(3)/3)*LongitudTriangulo;
```

```
%% calculo cinemático inverso.
```

```
%%% solución de las puntos de la base móvil.
```

```
Xa = CoordinadaXCentro -UbicacionCentroBase*cosd(Phi+(pi/6));
```

```
Ya = CoordinadaYCentro -UbicacionCentroBase*sind(Phi+(pi/6));
```

```
Xb=Xa+LongitudTriangulo*cosd(Phi);
```

```
Yb =Ya+LongitudTriangulo*sind(Phi);
```

```
Xc=Xa+LongitudTriangulo*cosd(Phi+(pi/3));
```

```
Yc = Ya+LongitudTriangulo*sind(Phi+(pi/3));
```

```
%%% Ecuación de la cadena cinemática comprendía  $\overline{OA}=\overline{PD}+\overline{DA}$ 
```

```
Theta1=2*atand(((2*Ya*Longitud)+(sqrt(((2*Ya*Longitud)^2)+((-2*
2*Xa*Longitud)^2)-(((Xa^2)+(Ya^2)+(Longitud^2)-(Longitud^2))^2)))/
((Xa^2)+(Ya^2)+(Longitud^2)-(Longitud^2)+(2*Xa*Longitud)));
```

```
%%% Ecuación de la cadena cinemática comprendía  $\overline{AO_2} = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EQ} + \overline{Q}$ 
```

```
Theta2= 2*atand(((2*(Yb - Ya) * Longitud)-(sqrt(((2*(Yb -
CoordinadaYMotor2) * Longitud)^2)+((-2*(Xb - CoordinadaXMotor2) *
Longitud)^2)-(((Xb-CoordinadaXMotor2)^2)+((Yb-
CoordinadaYMotor2)^2)+(Longitud^2)-(Longitud^2))^2)))/((Xb-
```



```

CoordenadaXMotor2)^2)+((Yb-CoordenadaYMotor2)^2)+(Longitud^2)-
(Longitud^2)+(2*(Xb - CoordinadaXMotor2) * Longitud));

```

```

%%% Ecuación de la cadena cinemática comprendía  $\overline{A0_3}=\overline{AC}+CF+FR+R$ 

```

```

Theta3= 2*atand(((2*(Yc - CoordinadaYMotor3) * Longitud)-(sqrt(((2*(Yc
- CoordinadaYMotor3) * Longitud)^2)+((-2*(Xc -
CoordinadaXMotor3) * Longitud)^2)-(((Xc-CoordinadaXMotor3)^2)+(Yc-
CoordinadaYMotor3)^2)+(Longitud^2)-((Xc-CoordinadaXMotor3)^2)+((Yc-
CoordinadaXMotor3)^2)+(Yc-CoordinadaYMotor3)^2)+(Longitud^2)-
(Longitud^2)+(2*(Xc - CoordinadaXMotor3) * Longitud)));

```

```

%% se calcula los puntos en {x,y} de los angulos Theta

```

```

Xd = cosd(Theta1)* Longitud;
Yd= sind(Theta1)* Longitud;
Xdb= cosd(Theta1)*(Longitud+ CoordinadaXMotor2);
Ydb= sind(Theta1)* Longitud;
Xdc= cosd(Theta2)* (Longitud+ CoordinadaXMotor3);
Ydc= sind(Theta1)* (Longitud+ CoordinadaYMotor3);

```

```

%% comprobación si existe singularidad

```

```

R1 = isreal(Xd);
R2 = isreal(Yd);
R3 = isreal(Xdb);
R4 = isreal(Ydb);
R5 = isreal(Xdc);
R6 = isreal(Ydc);

```

```

if R1 & R2 & R3 & R4 & R5 & R6

```

```

if (CoordinadaXMotor1 > Xa)&(S1==1)

```

```

elseif (CoordinadaXMotor1 < Xa)&(S1==1)
    S1=2;

```

```

elseif (CoordinadaXMotor1 > Xa)&(S1==2)

```

```

elseif (CoordinadaXMotor1 < Xa)&(S1==2)
    S1=1;

```

```

end

```

```

if (CoordinadaXMotor2 > Xb)&(S2==1)

```

```

elseif (CoordinadaXMotor2<Xb)&(S2==1)
    S2 = 2;

```

```

elseif (CoordenadaXMotor2>Xb) & (S2==2)

elseif (CoordenadaXMotor2<Xb) & (S2==2)
    S2 = 1;

end

if (CoordenadaXMotor3>Xc) & (S3==1)

elseif (CoordenadaXMotor3<Xc) & (S3==1)
    S3=2;

elseif (CoordenadaXMotor3>Xc) & (S3==2)

elseif (CoordenadaXMotor3<Xc) & (S3==2)
    S3=1;

end
    L11 = plot([CoordenadaXMotor1 Xd(S1)], [CoordenadaYMotor1
Yd(S1)], 'Linewidth', 2, 'color', [0.3 0 0.3], 'Marker', 'O');
    text(CoordenadaXMotor1-1, CoordenadaYMotor1-1, 'Motor
A', 'color', [0.3 0 0.3]);
    hold on
    L12 = plot([Xd(S1), Xa], [Yd(S1) Ya], 'Linewidth', 2, 'color', [0.3 0
0.3], 'Marker', 'O');

    hold on
    L21 = plot([CoordenadaXMotor2 Xdb(S2)], [CoordenadaYMotor2
Ydb(S2)], 'Linewidth', 2, 'color', [0.3 0 0.3], 'Marker', 'O');
    text(CoordenadaXMotor2-1, CoordenadaYMotor2-1, 'Motor
B', 'color', [0.3 0 0.3]);

    hold on
    L22 = plot([Xdb(S2), Xb], [Ydb(S2) Yb], 'Linewidth', 2, 'color', [0.3
0 0.3], 'Marker', 'O');

    hold on
    L31 = plot([CoordenadaXMotor3 Xdc(S3)], [CoordenadaYMotor3
Ydc(S3)], 'Linewidth', 2, 'color', [0.3 0 0.3], 'Marker', 'O');
    text(CoordenadaXMotor3-1, CoordenadaYMotor3+1, 'Motor
C', 'color', [0.3 0 0.3]);

    hold on
    L32 = plot([Xdc(S3), Xc], [Ydc(S3) Yc], 'Linewidth', 2, 'color', [0.3
0 0.3], 'Marker', 'd');

    hold on

L41 = plot([Xa Xb], [Ya Yb], 'color', 'b', 'Linewidth', 1.5);

```

```

Horz= plot([Xa abs(Xb)+abs(LongitudLadoTriangulo*sin(Phi))],[Ya
Ya], 'color',[0.3 0 0.3], 'LineStyle','--', 'color',[0 0.25 0.5]);
    %text(Xa+0.7,Ya+0.5*sign(sin(Phi)), '\phi', 'color',[0.3 0 0.3])

hold on
L42 = plot([Xb Xc],[Yb Yc], 'color','b', 'Linewidth',1.5);

hold on
L43 = plot([Xc Xa],[Yc Ya], 'color','b', 'Linewidth',1.5);
Center = plot(CoordenadaXCentro ,CoordenadaYCentro , 'o', 'color',[0.3
0 0.3]);

if (isempty(X)==0) & (isempty(Y)==0)
    for i=1:1:k-1
        hold on
        plot(X(i),Y(i), 'm', 'marker','*')
    end
end

axis([-0.2 0.6 -0.2 0.6])
grid on
hold off

if Yd(S1)>=CoordenadaYMotor1
theta11 = ((acos((Xd(S1)-
CoordenadaXMotor1)/LongitudEslabon1))*(180))/pi;
elseif Yd(S1)<CoordenadaYMotor1
theta11 = ((2*pi-acos((Xd(S1)-
CoordenadaXMotor1)/LongitudEslabon1))*(180))/pi;
end

if Ya>=Yd(S1)
theta12 = ((acos((Xa-Xd(S1))/LongitudEslabon2))*(180))/pi;
elseif Ya<Yd(S1)
    theta12 = ((2*pi-acos((Xa-Xd(S1))/LongitudEslabon2))*(180))/pi;
end

if Ydb(S2)>=CoordenadaYMotor2
theta21 = ((acos((Xdb(S2)-
CoordenadaXMotor2)/LongitudEslabon1))*(180))/pi;
elseif Ydb(S2)<CoordenadaYMotor2
theta21 = ((2*pi-acos((Xdb(S2)-
CoordenadaXMotor2)/LongitudEslabon1))*(180))/pi;
end

if Yb>=Ydb(S2)
theta22 = ((acos((Xb-Xdb(S2))/LongitudEslabon2))*(180))/pi;
elseif Yb<Ydb(S2)
theta22 = ((2*pi-acos((Xb-Xdb(S2))/LongitudEslabon2))*(180))/pi;
end

```

```

end

if Ydc(S3)>=CoordenadaYMotor3
theta31 =(( acos((Xdc(S3)-
CoordenadaXMotor3)/LongitudEslabon1))* (180))/pi;
elseif Ydc(S3)<CoordenadaYMotor3
theta31 = ((2*pi-acos((Xdc(S3)-
CoordenadaXMotor3)/LongitudEslabon1))* (180))/pi;
end

if Yc>=Ydc(S3)
theta32 =(( acos((Xc-Xdc(S3))/LongitudEslabon2))* (180))/pi;
elseif Yc<Ydc(S3)
theta32 = ((2*pi-acos((Xc-Xdc(S3))/LongitudEslabon2))* (180))/pi;
end

if (Xd(S1)>Xa) & (Yd(S1)<Ya)
    diaota1 = theta11-theta12;
elseif (Xd(S1)<Xa) & (Yd(S1)<Ya)
    diaota1 = theta11+theta12;
elseif (Xd(S1)<Xa) & (Yd(S1)>Ya)
    diaota1 = theta12-theta11;
elseif (Xd(S1)>Xa) & (Yd(S1)>Ya)
    diaota1 = pi-(theta11-theta12);
end

%% recorrido de trayectoria

function clickInverse(obj,eventdata)
global CoordenadaXCentro CoordenadaYCentro
global S1 S2 S3
global CInverCK
PosicionMouse=get(gca,'CurrentPoint'); %% se captura la ubicación
del mouse

PosicionMouseX = PosicionMouse(1,1);
PosicionMouseY = PosicionMouse(1,2);
NumeroDePasos = 2;
DistanciaPosicionMouseXAlCentro = (PosicionMouseX-CoordenadaXCentro
)/NumeroDePasos;
DistanciaPosicionMouseYAlCentro = (PosicionMouseY-CoordenadaYCentro
)/NumeroDePasos;
CoordenadaXCentroActual = CoordenadaXCentro ;
CoordenadaYCentroActual = CoordenadaYCentro ;

if (-0.2 < PosicionMouseX)&&(PosicionMouseX < 0.6)&&(-0.2 <
PosicionMouseY)&&(PosicionMouseY < 0.6)

```

```

if CInverCK
for k=1:NumeroDePasos

    CoordenadaXCentro =
CoordenadaXCentroActual+k*DistanciaPosicionMouseXAlCentro;
    CoordenadaYCentro =
CoordenadaYCentroActual+k*DistanciaPosicionMouseYAlCentro;
    RRRdrawing(S1,S2,S3)
    pause(0.000001)
end

else
    text(-0.1,0.4,'Please click the Click to
Inverse','FontSize',15,'color','r');
end
end

function stoppathtrack(obj,eventdata)

global CC k
global X Y
global fig
global CoordenadaXCentro CoordenadaYCentro
global S1 S2 S3
global InVS
global Rec_Movie
global CInverCK

    cp=get(gca,'CurrentPoint');
    x=cp(1,1);
    y=cp(1,2);
if (x > -0.2) & (x < 0.6) & (y > -0.2) & (y < 0.6)

if InVS ==1 & CInverCK == 0
    CC = 0;
    set(fig,'WindowButtonMotionFcn',@nothingfcn);
    size(X);
    size(Y);
    if Rec_Movie == 1
        set(fig,'DoubleBuffer','on');
        set(gca,'xlim',[-0.2 0.6],'ylim',[-0.2 0.6],...
            'NextPlot','replace','Visible','off')
        mov = avifile('3RRRrobot_track_path.avi')
    end
    for i=1:1:(k-1)
        CoordenadaXCentro = X(i);
        CoordenadaYCentro = Y(i);
        RRRdrawing(S1,S2,S3)
        pause(0.0000000001)
        if Rec_Movie == 1

```

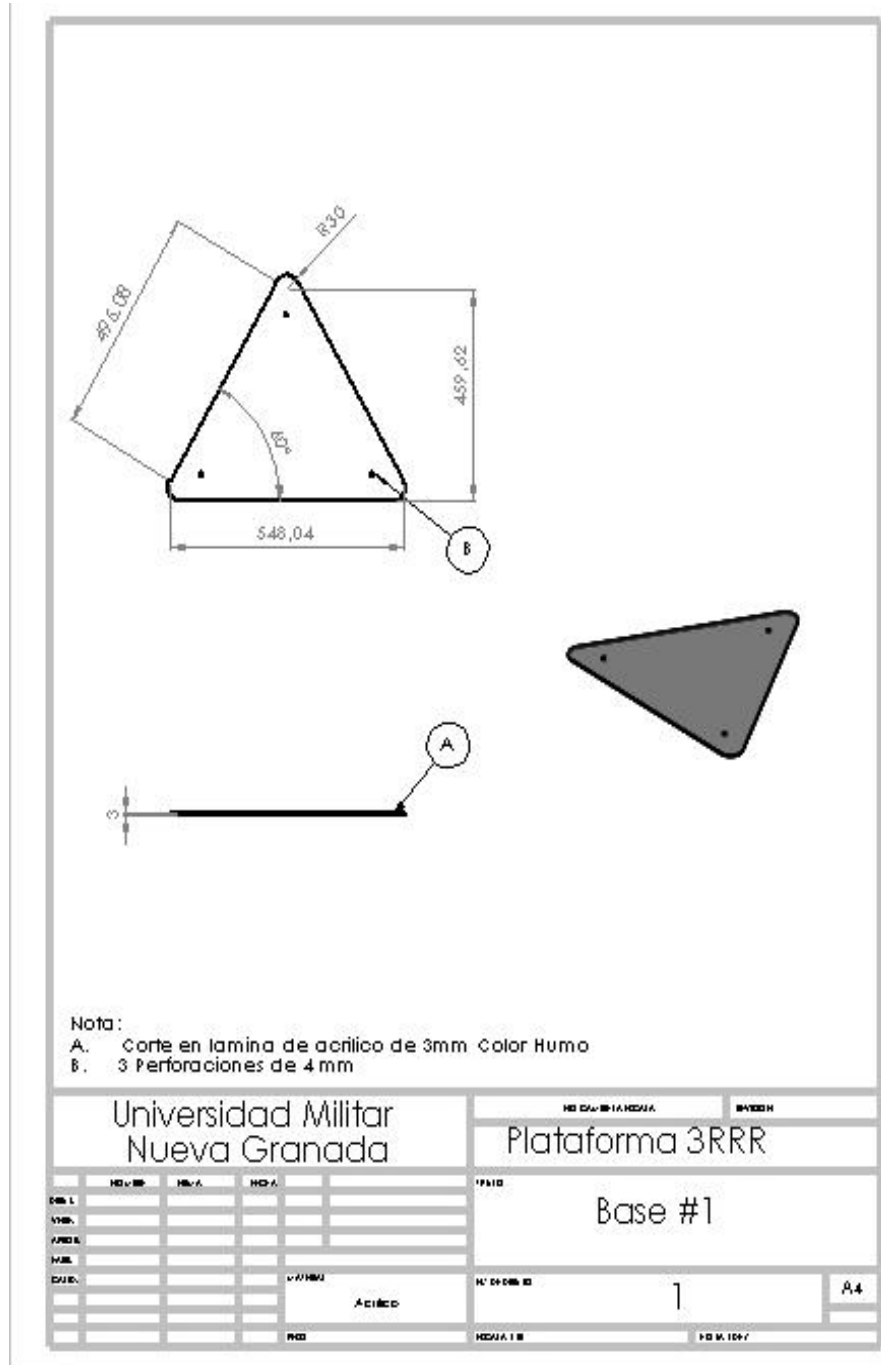
```
        F = getframe(gca);
        mov = addframe(mov,F);
        end
    end
    if Rec_Movie == 1
        mov = close(mov);
    end

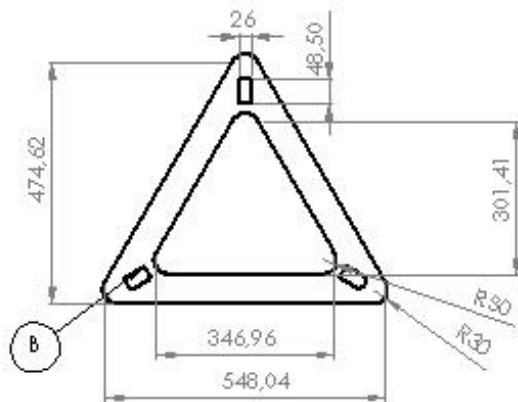
    k = 1;
elseif InVS == 1 & CInverCK == 1
    CC = 0;

    set(fig, 'WindowButtonMotionFcn', @nothingfcn);
end

end
```

ANEXO B



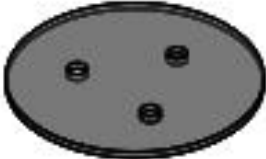
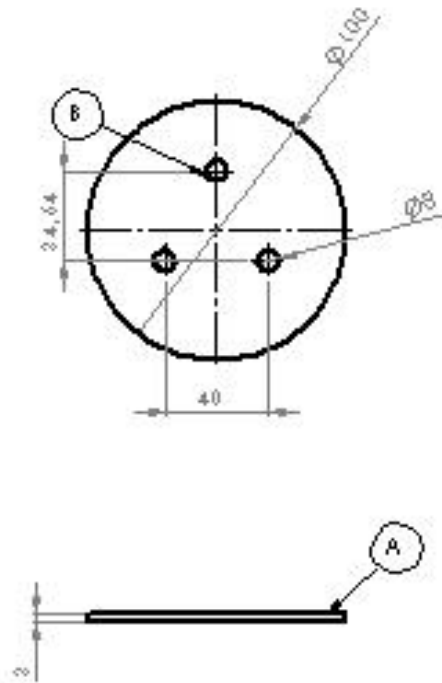


Nota:

- A. Corte en lamina de acrilico de 3mm Color Humo
- B. 3 cortes segun diseño del plano

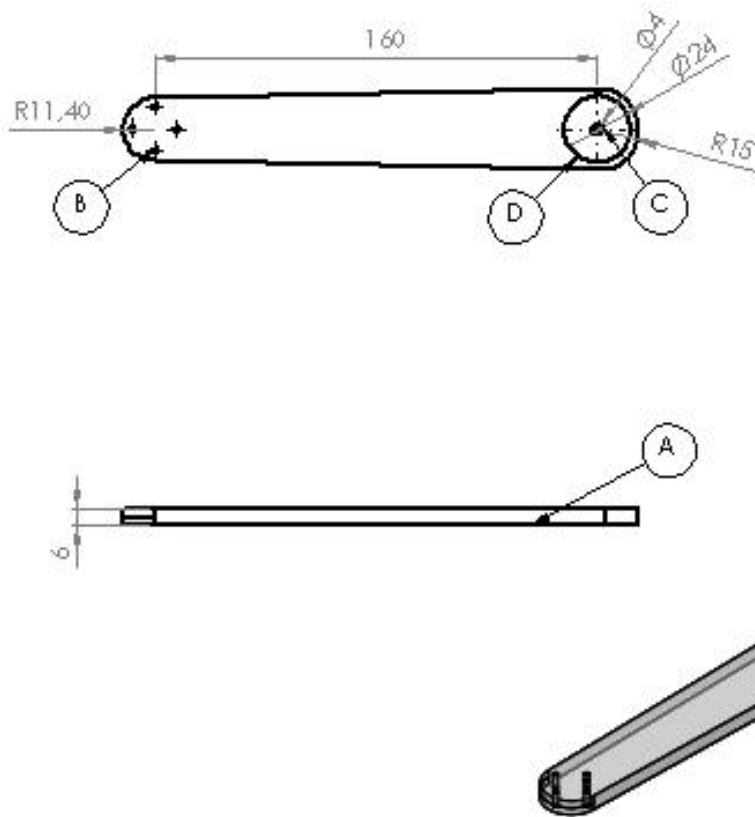
Universidad Militar Nueva Granada				NO. CAL. DE LA PIEZA		REV. 001	
				Plataforma 3RRR			
DES. L. VER. APROB. H. RES. CALIB.	NO. DE DES. VER. APROB. H. RES. CALIB.	NO. DE DES. VER. APROB. H. RES. CALIB.	NO. DE DES. VER. APROB. H. RES. CALIB.	MATERIAL Acilico	N.º DE PIEZAS 2	A4	
P. 00				PIEZA 1 DE		DE 2	





Nota:  
 A. Corte en lamina de acrilico de 3mm Color Humo  
 B. 3 Perforaciones de 8 mm

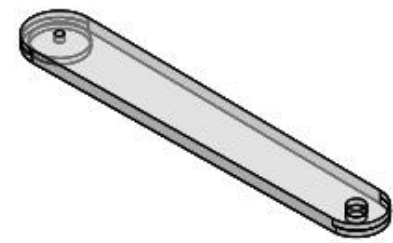
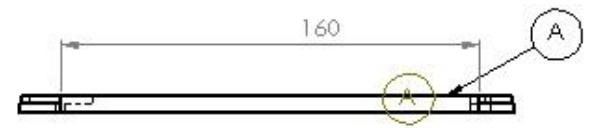
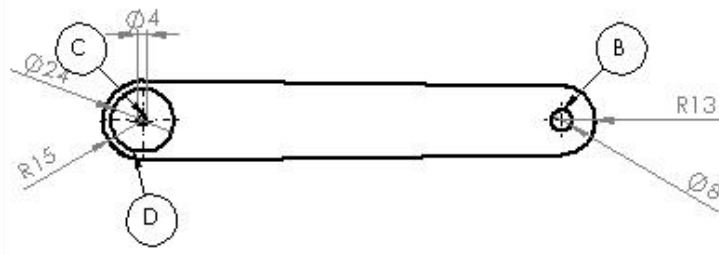
Universidad Militar Nueva Granada		Plataforma 3RRR	
		Base Móvil	
		3	AA



Nota:

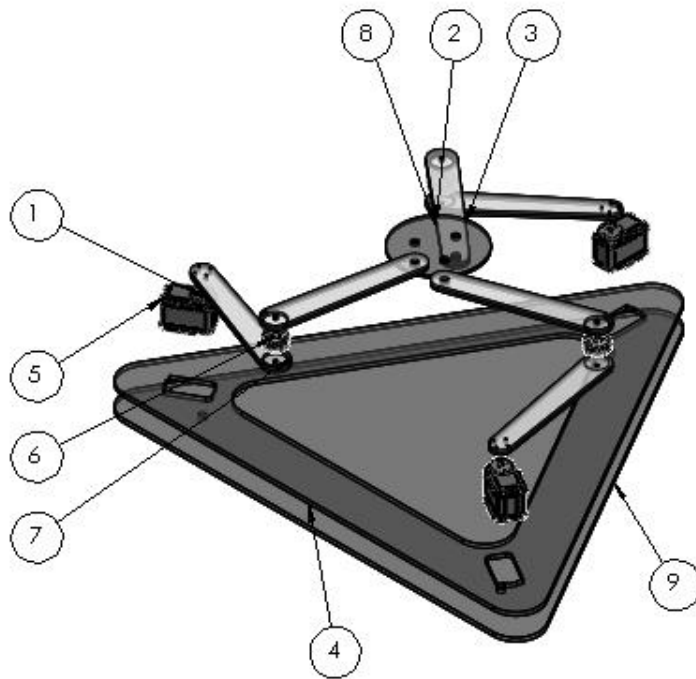
- A. Corte en lamina de acrílico de 6mm Color Translucido
- B. 4 Perforaciones de 1 mm pasante
- C. 1 Perforacion de 4mm pasante
- D. 1 Perforacion de 25mm de 3 mm de profundidad

Universidad Militar Nueva Granada				NO CALIBRADA NECIA 16		8470004	
				Plataforma 3RRR			
DES.L VRS. APROB. H.RES. CALIB.	NOVED. FECHA	NOVED. FECHA	NOVED. FECHA	FECH. 15/05/2024	Eslabon 1 artucilaciones		
MATERIAL Acrílico				N° DE UNID. 4	A4		
FECH. 15/05/2024				NECIA 16		8470004	



- Nota:
- A. Corte en lamina de acrilico de 6mm Color Translucido
  - B. 1 Perforaciones de 8mm pasante
  - C. 1 Perforacion de 4mm pasante
  - D. 1 Perforacion de 25mm de 3 mm de profundidad

Universidad Militar Nueva Granada				NO CAMBIA ESCALA		REVISION	
				Plataforma 3RRR			
DISEÑADOR VERIFICADOR APROBADO TITULO CATEDRA	NOMBRE TEMA FECHA	MATERIAL Acrilico	N° DE DIBUJO 5	Eslabon 2 articulaciones			
FECHA			ESCALA: 1:1	HOJA 5 DE 7			



N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	brazo	3
2	brazo2	3
3	base móvil	1
4	base motores	1
5	Motor	3
6	AFBMA 24.1.4 - 10TA11 - Full,DE,A,C,Full_68	3
9	base externa	1

Universidad Militar Nueva Granada				PG CAMBIA ESCALA		INVSOR	
				Plataforma 3RRR			
DIBU	POWER	FECHA	ESCALA	PROY			
VIST				Ensamblaje Final			
APROB							
TARE							
CALIF							
			MATERIAL	Acrilico		N.º DE DIBUJO	
			PROY	ESCALA 1:10		6	
				HOJA 5 DE 7		A4	